



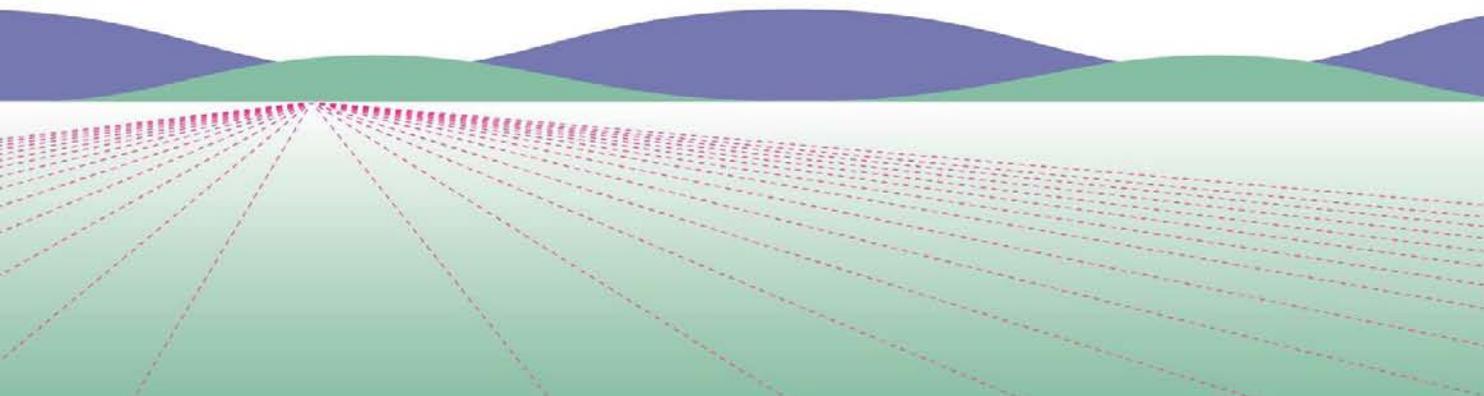
Математика

6
КЛАСС



Часть 1

БАЗОВЫЙ
УРОВЕНЬ



Математика



Базовый уровень

Учебник

В двух частях

Часть 1

Допущено Министерством просвещения
Российской Федерации

4-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2024

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

МЗ4

Учебник (4-е издание, стереотипное соответствует 3-му, переработанному) допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 858 от 21.09.2022 г.

Издание выходит в pdf-формате.

Авторы: Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова, С. И. Шварцбург
Данное издание подготовили к печати В. И. Жохов и Л. А. Александрова

МЗ4 **Математика : 6-й класс : базовый уровень : учебник : издание**
в pdf-формате : в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов,
А. С. Чесноков [и др.]. — 4-е изд., стер. — Москва : Просвещение,
2024.

ISBN 978-5-09-116812-9 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-110646-6 (печ. изд.).

Ч. 1. — 160 с. : ил.

ISBN 978-5-09-116451-0 (электр. изд.).

ISBN 978-5-09-110647-3 (печ. изд.).

Учебник создан на основании концепции и методических идей обучения математике С. И. Шварцбурда, Н. Я. Виленкина, А. С. Чеснокова.

Учебник состоит из двух частей. Первая часть посвящена делимости чисел, обыкновенным дробям и действиям с ними. Система заданий в учебнике разделена на три основные группы: для работы в классе, для повторения ранее пройденного материала и для домашней работы. В этих группах специальными значками выделены задания для устного выполнения, задания для работы в группах учащихся, а также отмечены практические работы.

Кроме того, имеются рубрики, помогающие научиться правильно говорить, рассуждать и мыслить, позволяющие успешно овладевать универсальными учебными действиями, а также рубрика, посвящённая истории математики.

Каждый параграф, в свою очередь, завершается рубрикой «Применяем математику», содержащей задания, показывающие связь математики с другими науками и сферами деятельности.

Учебник разработан в соответствии со всеми требованиями ФГОС ООО, утверждённого Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 287 от 31.05.2021 г.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

У ч е б н о е и з д а н и е

Виленкин Наум Яковлевич
Жохов Владимир Иванович
Чесноков Александр Семёнович
Александрова Лидия Александровна
Шварцбург Семён Исаакович

МАТЕМАТИКА

6 класс

Базовый уровень

Учебник

В двух частях

Часть 1

Центр математики, физики и астрономии

Научный редактор *Т. А. Бурмистрова*. Ответственный за выпуск *Н. В. Косова*. Редактор *П. А. Бессарабова*. Художник *В. В. Верженская*. Художественные редакторы *Н. Л. Удадовская*, *Т. В. Глушкова*. Техническое редактирование *М. И. Решетниковой*. Компьютерная вёрстка *О. С. Ивановой*, *О. В. Поповой*. Компьютерная графика *И. В. Губиной*, *М. Л. Удадовской*. Фотографии из фотобанка «Shutterstock». Корректор *Е. Е. Никулина*

Дата подписания к использованию 21.11.2023. Формат 84×108/16. Гарнитура SchoolBook.

Уч.-изд. л. 8,75. Усл. печ. л. 16,80. Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, помещение 1Н.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.

ISBN 978-5-09-116451-0 (ч. 1, электр. изд.)

ISBN 978-5-09-116812-9 (электр. изд.)

ISBN 978-5-09-110647-3 (ч. 1, печ. изд.)

ISBN 978-5-09-110646-6 (печ. изд.)

© АО «Издательство «Просвещение», 2021, 2023

© Художественное оформление.

АО «Издательство «Просвещение», 2021, 2023

Все права защищены

Условные обозначения

В объяснительном тексте используются следующие обозначения:

-  — информация, на которую надо обратить внимание;
-  — информация, которую надо запомнить;
-  — самая важная информация, которую надо знать наизусть;
-  — вопросы для самоконтроля;
-  — место в учебном тексте, где можно проверить, хорошо ли понято прочитанное, отвечая на вопросы для самоконтроля.

Задания в пунктах разбиты на три группы:

-  — для работы в классе;
-  — для повторения. Упражнения, в которых есть номера: 1), 2), 3), 4) и т. д., предназначены для самостоятельной работы по вариантам;
-  — для домашней работы.

В системе заданий также выделены упражнения:

-  — для групповой работы;
-  — для устного выполнения.

В проверочных работах задания повышенного уровня сложности выделены *.

В тексте учебника встречаются специальные рубрики:



В рубрике, отмеченной славянским обозначением числа 1000, вы найдёте информацию, связанную с историей возникновения и развития математики.



В рубрике, отмеченной славянской буквой «слово», даны примеры правильной математической речи. Если вы изъясняетесь грамотно, то быстрее сможете донести свои мысли и получить нужные ответы на вопросы. Правильная речь поможет вам успешно учиться, быть уверенными в себе.



В рубрике, отмеченной славянской буквой «веди», даны задачи, которые расширяют ваши знания по математике, помогут подготовиться к олимпиадам, научат строить логическую цепочку рассуждений, используя наблюдения.



В рубрике, отмеченной славянской буквой «цы», даны задания для развития памяти, внимания, воображения, мышления и др. Развитие этих качеств поможет вам в учёбе.

ВВЕДЕНИЕ

Дорогие шестиклассники, вы продолжаете изучать одну из самых древних и важных наук — математику. Основа хорошего понимания математики — умение считать, рассуждать, находить интересные решения задач. Все эти навыки и способности вы можете развить, если будете настойчивы, трудолюбивы и внимательны на уроках, будете самостоятельно и с интересом заниматься дома.

Напомним кратко основные факты, изученные в 5 классе, чтобы вы могли их использовать при решении задач.

Натуральные числа

Для счёта предметов применяют натуральные числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, Нуль не является натуральным числом.

Число c , которое получают в результате сложения чисел a и b , называют суммой. Числа a и b , которые складывают, называют слагаемыми. Суммой называют и выражение вида $a + b$.

$$a + b = c.$$

Сумма чисел не изменяется при перестановке слагаемых:

$$a + b = b + a.$$

Например, $234 + 375 = 375 + 234 = 609$.

Чтобы прибавить к числу сумму двух чисел, можно сначала прибавить первое слагаемое, а потом к полученной сумме прибавить второе слагаемое:

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c.$$

Например, $23 + (27 + 49) = (23 + 27) + 49 = 99$.

От прибавления нуля число не изменяется:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Например, $405 + 0 = 0 + 405 = 405$.

Вычитание — это действие, с помощью которого по сумме и одному из слагаемых находят другое слагаемое. Число a , из которого вычитают, называют уменьшаемым, число b , которое вычитают, называют вычитаемым, а число c , которое получают в результате вычитания из числа a числа b , называют разностью. Разностью называют и выражения вида $a - b$.

$$a - b = c.$$

сумма чисел

переместительное
свойство сложения

сочетательное
свойство сложения

свойство нуля
при сложении

разность чисел

*свойство вычитания
суммы из числа*

Чтобы вычесть сумму из числа, можно вычесть из этого числа одно слагаемое, а потом из полученной разности вычесть другое слагаемое:

$$a - (b + c) = a - b - c, \text{ если } b + c < a \text{ или } b + c = a.$$

Например, $456 - (56 + 237) = 456 - 56 - 237 = 163.$

*свойство вычитания
числа из суммы*

Чтобы из суммы вычесть число, можно вычесть его из одного слагаемого, а к полученной разности прибавить другое слагаемое:

$$(a + b) - c = a + (b - c), \text{ если } c < b \text{ или } c = b;$$

$$(a + b) - c = (a - c) + b, \text{ если } c < a \text{ или } c = a.$$

Например, $(118 + 236) - 18 = 118 - 18 + 236 = 336.$

*свойства нуля
при вычитании*

Если из числа вычесть нуль, оно не изменится:

$$a - 0 = a.$$

Например, $1003 - 0 = 1003.$

При вычитании равных чисел получится нуль:

$$a - a = 0.$$

Например, $349 - 349 = 0.$

произведение чисел

Умножить число a на число b — значит найти сумму b слагаемых, каждое из которых равно a . Числа a и b , которые перемножают, называют множителями, а число c , которое получают в результате умножения чисел a и b , называют произведением. Произведением называют и выражение вида $a \cdot b$.

$$a \cdot b = c.$$

*переместительное
свойство умножения*

Произведение чисел не изменяется при перестановке множителей:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Например, $23 \cdot 4 = 4 \cdot 23 = 92.$

*сочетательное
свойство умножения*

Чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение умножить на второй множитель:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

Например, $5 \cdot (2 \cdot 87) = (5 \cdot 2) \cdot 87 = 10 \cdot 87 = 870.$

Для любого числа n :

$$n \cdot 1 = n; \quad 1 \cdot n = n; \quad 0 \cdot n = 0; \quad n \cdot 0 = 0.$$

Например, $1 \cdot 45 = 45; \quad 0 \cdot 87 = 0.$

*распределительное
свойство умножения
относительно
сложения*

Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить получившиеся произведения:

$$(a + b) \cdot c = ac + bc.$$

Например, $82 \cdot 7 = (80 + 2) \cdot 7 = 80 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = 560 + 14 = 574.$

распределительное
свойство умножения
относительно
вычитания

Чтобы умножить разность на число, можно умножить на это число уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе:

$$(a - b) \cdot c = ac - bc.$$

Например, $99 \cdot 6 = (100 - 1) \cdot 6 = 100 \cdot 6 - 1 \cdot 6 = 600 - 6 = 594$.

степень числа

Умножить число a само на себя n раз — значит найти степень числа a . Это произведение (a^n) называют энной степенью числа a . Число a называют основанием степени, число n — показателем степени, а a^n — степенью числа.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

частное чисел

Деление — это действие, с помощью которого по произведению a и одному из множителей b находят другой множитель c . Число a , которое делят, называют делимым, число b , на которое делят, называют делителем, а число c , которое получают в результате деления числа a на число b , называют частным. Частным называют и выражение вида $a : b$.

$$a : b = c.$$

свойства деления

При делении любого числа на 1 получается это же число:

$$a : 1 = a.$$

Например, $34 : 1 = 34$.

При делении числа (не равного нулю) на это же число получается единица:

$$a : a = 1.$$

Например, $34 : 34 = 1$.

При делении нуля на число (не равное нулю) получается нуль:

$$0 : a = 0.$$

Например, $0 : 34 = 0$.

числовые
и буквенные
выражения

Числовые выражения составляют из чисел с использованием знаков арифметических действий и скобок. Буквенными выражениями называют выражения, содержащие буквы. Числа, которыми заменяют букву, называют значениями этой буквы.

уравнение

Уравнение — это равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой. Корень уравнения — это значение буквы, при котором уравнение становится верным числовым равенством.

делитель, кратное

Натуральное число a делится нацело (без остатка) на натуральное число b , если существует такое натуральное число c , которое при умножении на b даёт a . Число b называют делителем числа a , а число a кратным числа b .

$$a = b \cdot c.$$

Например, 9 — делитель 72, или 72 — кратное 9.

простое число

Натуральное число называют простым, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

свойство делимости произведения

Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

свойство делимости суммы и разности

Если каждое из двух чисел делится на некоторое число, то их сумма и разность делятся на это число.

признак делимости на 10

Если запись числа оканчивается цифрой 0, то это число делится без остатка на 10. Если запись числа оканчивается другой цифрой, то число не делится без остатка на 10.

Например, числа 10, 230, 4500, 5550 делятся на 10, а числа 23, 45, 609, 5505 не делятся на 10.

признак делимости на 5

Если запись числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится без остатка на 5. Если запись числа оканчивается другой цифрой, то оно не делится без остатка на 5.

Например, числа 50, 235, 9505, 11 115 делятся на 5, а числа 17, 46, 1708, 5551 не делятся на 5.

признак делимости на 2

Если запись числа оканчивается чётной цифрой (0, 2, 4, 6, 8), то это число чётно (делится без остатка на 2). Если запись числа оканчивается нечётной цифрой, то оно нечётно (не делится без остатка на 2).

Например, числа 10, 236, 554, 4508, 3332 делятся на 2, а числа 15, 451, 807, 9003, 2223 не делятся на 2.

признак делимости на 9

Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9; если сумма цифр числа не делится на 9, то и число не делится на 9.

Например, числа 18, 468, 4500, 9252 делятся на 9, а числа 23, 49, 808, 3529 не делятся на 9.

признак делимости на 3

Если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3; если сумма цифр числа не делится на 3, то и число не делится на 3.

Например, числа 18, 780, 4572, 8751 делятся на 3, а числа 43, 65, 700, 5123 не делятся на 3.

Обыкновенные дроби

обыкновенная дробь, числитель и знаменатель дроби

Запись вида $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа, называется обыкновенной дробью. В записи обыкновенной дроби знаменатель (под чертой) показывает, на сколько долей делят, а числитель (над чертой) — сколько таких долей взято. Черту дроби можно понимать как знак деления.

правильная, неправильная дроби

Дробь, в которой числитель меньше (больше, равен) знаменателя, называют правильной (неправильной) дробью.

Например, дроби $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{14}{19}$ — правильные, а дроби $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{14}{11}$ — неправильные.

основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \text{ где } n \text{ — натуральное число,}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}, \text{ где } n \text{ — общий делитель чисел } a \text{ и } b.$$

С помощью основного свойства дроби выполняют сокращение дробей и приведение дробей к общему знаменателю.

$$\text{Например, } \frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9}; \quad \frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{5}{6} \text{ и } \frac{4}{9}; \quad \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18} \text{ и } \frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{8}{18}.$$

сложение (вычитание) дробей с разными знаменателями

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, надо:

- 1) привести дроби к общему знаменателю;
- 2) сложить (вычесть) числители, а знаменатель оставить тот же.

$$\text{Например, } \frac{7}{8} + \frac{3}{5} = \frac{35}{40} + \frac{24}{40} = \frac{59}{40};$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{11}{24}.$$

представление неправильной дроби в виде смешанного числа

Чтобы неправильную дробь представить в виде смешанного числа, надо:

- 1) разделить числитель на знаменатель;
- 2) записать неполное частное целой частью, остаток (если он есть) числителем, а делитель — знаменателем дробной части.

Например, выделим целую часть из дроби $\frac{46}{14}$. Разделим 46 на 14, неполное частное равно 3, а остаток равен 4.

$$\text{Значит, } \frac{46}{14} = 3\frac{4}{14}.$$

$$\begin{array}{r|l} 46 & 14 \\ -42 & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

↑ ↓
числитель знаменатель
целая часть

представление смешанного числа в виде неправильной дроби

Чтобы смешанное число представить в виде неправильной дроби, надо:

- 1) умножить его целую часть на знаменатель дробной части;
- 2) к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- 3) записать полученную сумму числителем дроби, а знаменатель дробной части оставить без изменения.

$$\text{Например, } 7\frac{11}{13} = \frac{7 \cdot 13 + 11}{13} = \frac{102}{13}.$$

сложение
и вычитание
смешанных чисел

При сложении (вычитании) смешанных чисел целые части складывают (вычитают) отдельно, а дробные — отдельно.

$$\text{Например, } 5\frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} = 4\frac{9}{7} - 2\frac{4}{7} = 2\frac{5}{7}.$$

умножение дробей

Чтобы найти произведение двух дробей, можно:
1) перемножить их числители и перемножить их знаменатели;
2) первое произведение записать числителем, второе — знаменателем дроби:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\text{Например, } \frac{12}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{12 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

взаимно обратные
числа

Взаимно обратными числами называют два числа, произведение которых равно 1.

$$\text{Например, } 8 \text{ и } \frac{1}{8}, \frac{2}{3} \text{ и } \frac{3}{2}, 1\frac{1}{4} \text{ и } \frac{4}{5}, \frac{a}{b} \text{ и } \frac{b}{a}.$$

деление дробей

Чтобы найти частное двух дробей, надо делимое умножить на число, обратное делителю:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\text{Например, } \frac{5}{7} : \frac{5}{21} = \frac{5}{7} \cdot \frac{21}{5} = \frac{5 \cdot 21}{7 \cdot 5} = 3.$$

Десятичные дроби

сложение
и вычитание
десятичных дробей

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, надо:
1) уравнивать в этих дробях количество знаков после запятой;
2) записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
4) поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.

Например,

	2	4	5	0
-	1	6	1	1
	0	8	3	9

умножение на
десятичную дробь

Чтобы умножить на десятичную дробь, надо:
1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
2) отделить в ответе запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в множителях вместе.

Если в произведении получается меньше цифр, чем надо отделить запятой, то перед числом дописывают нули.

Например,

		2	7	3	
*	0	0	0	4	
		1	0	9	2

3

			0	1	4	5	
			0	0	8	7	
		+	1	0	1	5	
			1	1	6	0	
	0	0	1	2	6	1	5

3 + 3

деление десятичной дроби на натуральное число

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, надо:

- 1) делить её так же как натуральное число на натуральное число;
- 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.

Если целая часть меньше делителя, то частное начинается с нуля целых.

Например,

	5	2	2	6	0		
	0			0	0	8	7
	5	2	2				
	4	8	0				
		4	2	0			
		4	2	0			
				0			

деление на десятичную дробь

Чтобы разделить число на десятичную дробь, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) после этого выполнить деление на натуральное число.

Например,

$$\boxed{9,396} : \boxed{3,48} = \boxed{939,6} : \boxed{348}$$

	9	3	9	6	3	4	8
	6	9	6		2	7	
	2	4	3	6			
	2	4	3	6			
				0			

Все свойства сложения, вычитания, умножения и деления для натуральных чисел верны и для дробных чисел.

округление чисел

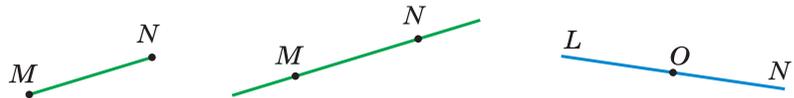
Чтобы округлить число до какого-нибудь разряда, нужно:

- 1) к цифре этого разряда добавить 1, если справа от неё стоит цифра 5, 6, 7, 8 или 9;
- 2) оставить цифру без изменения, если справа от неё стоит цифра 0, 1, 2, 3 или 4;
- 3) все следующие за этим разрядом цифры заменить нулями в целой части, а в дробной части отбросить.

Геометрические фигуры

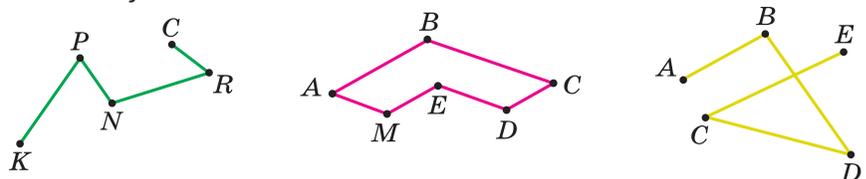
прямая, отрезок, луч

Представление о прямой линии даёт натянутая нить. Часть прямой между двумя точками вместе с этими точками называют отрезком. Точка разбивает прямую на два луча с началом в этой точке. На рисунке изображены отрезок MN , прямая MN и лучи OL и ON .



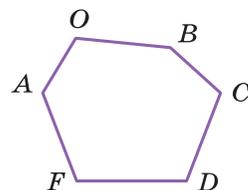
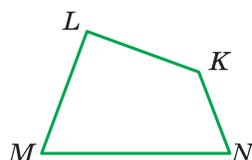
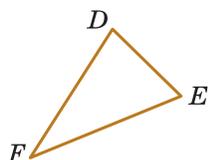
лома

Линию, составленную из отрезков, у которой соседние отрезки не лежат на одной прямой, называют ломаной. Отрезки, из которых состоит ломаная, называют звеньями ломаной, а их концы — вершинами. Ломаные бывают замкнутые и незамкнутые.



многоугольник

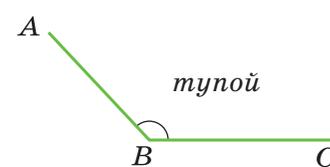
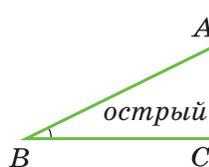
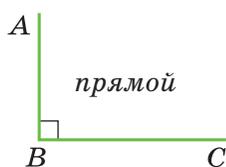
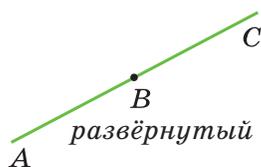
Многоугольники образованы замкнутой ломаной, звенья которой не пересекаются. Замкнутые ломаные на рисунке образуют треугольник FDE , четырёхугольник $MNKL$ и шестиугольник $AOBCDF$. Периметр многоугольника равен сумме длин его сторон.



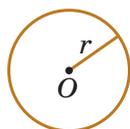
угол

Углом называют фигуру, которая состоит из точки — вершины угла — и двух различных лучей, исходящих из этой точки, — сторон угла. Угол на рисунке можно обозначить так: $\angle ABC$; $\angle CBA$; $\angle B$.

Угол называют развёрнутым, если его стороны лежат на дополнительных лучах. Половину развёрнутого угла называют прямым углом. Угол, меньший прямого, называют острым, а угол, больший прямого, но меньший развёрнутого — тупым.



окружность



Окружность — это замкнутая линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии r от точки O . Расстояние r называют радиусом, точку O — центром окружности. Часть плоскости внутри окружности вместе с самой окружностью называют кругом.

площадь квадрата, прямоугольника

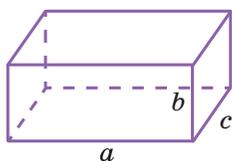


Формула площади квадрата со стороной a : $S = a^2$.
Формула площади прямоугольника с измерениями a и b : $S = ab$.

Например, площадь квадрата со стороной 4,5 дм равна $4,5^2 = 4,5 \cdot 4,5 = 20,25$ (дм²).

Площадь прямоугольника со сторонами 15 см и 2 см равна $15 \cdot 2 = 30$ (см²).

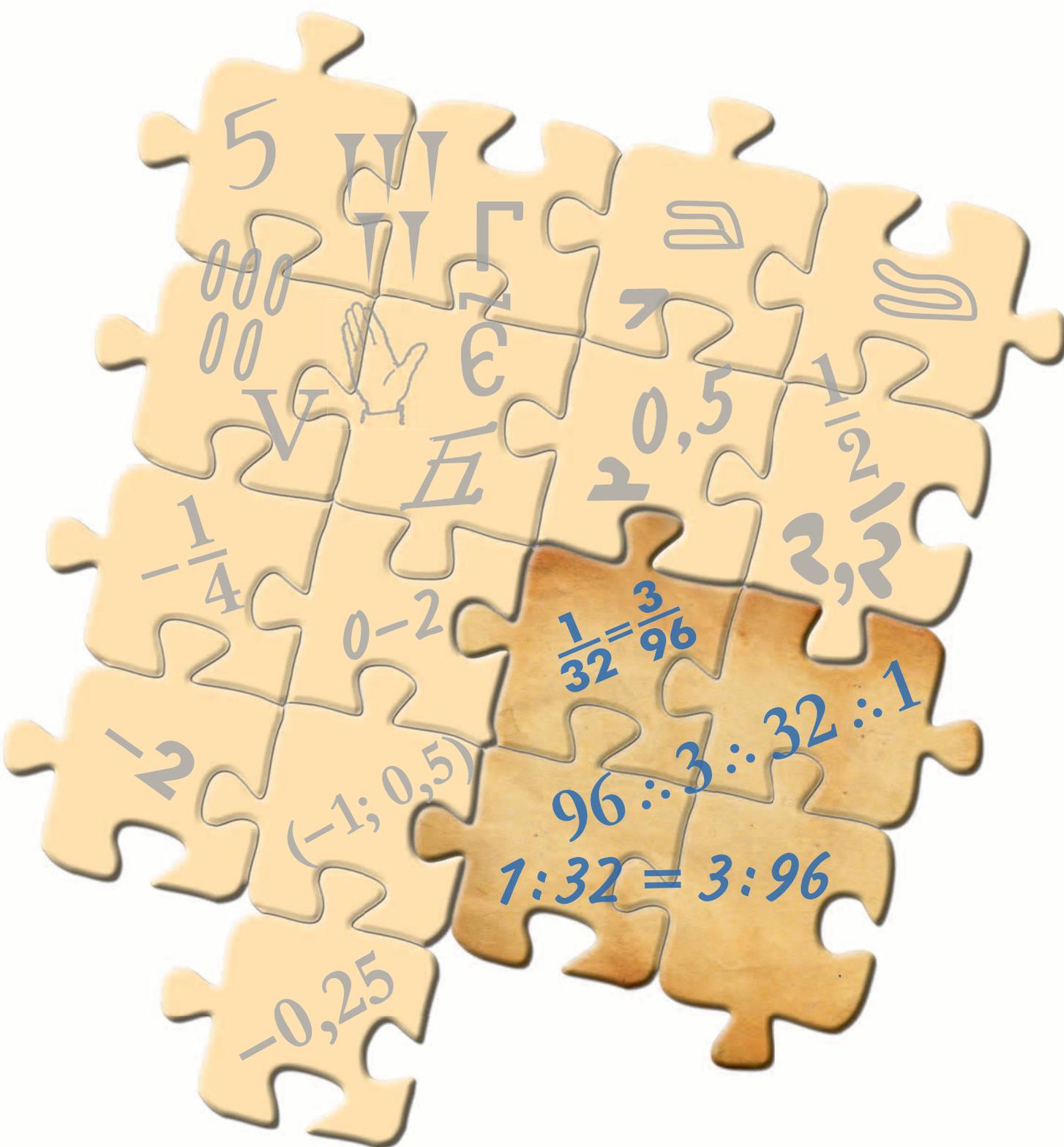
объём куба, прямоугольного параллелепипеда



Формула объёма куба с ребром a : $V = a^3$.
Формула объёма прямоугольного параллелепипеда с измерениями a , b и c : $V = abc$.

Например, объём куба с ребром 6 м равен $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ (м³).

Объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями 5 см, 7 см и 9 см равен $5 \cdot 7 \cdot 9 = 315$ (см³).



5

ω

000
00

Γ

\approx



ϵ

\nearrow

\cup

V

2
0,5

$1/2$

Ξ

2,2

$-1/4$

0-2

$1/32 = 3/96$

-2

$(-1; 0,5)$

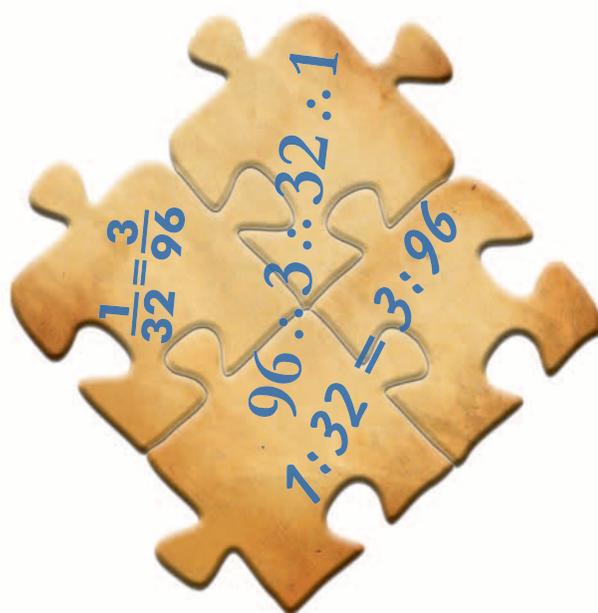
$96 :: 3 :: 32 :: 1$

$1:32 = 3:96$

-0,25

Глава I

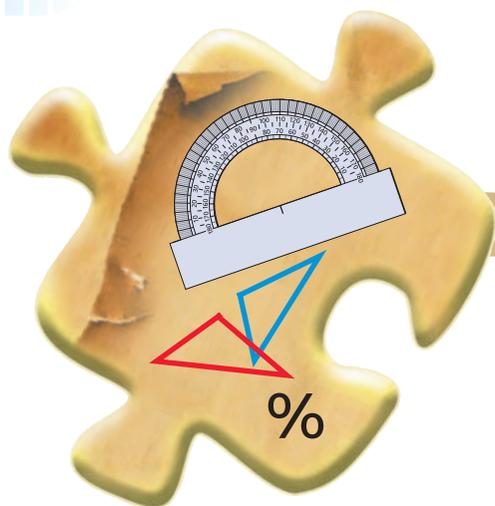
Смешанные числа



§ 1. Вычисления и построения

§ 2. Действия со смешанными числами

§ 3. Отношения и пропорции



§ 1. Вычисления и построения

1. Среднее арифметическое

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- среднее арифметическое
- средняя скорость

Задача 1. Три девочки собирали клубнику. Первая собрала 8 кг, вторая — 9 кг, а третья — 4 кг. Всю клубнику они поделили поровну. Сколько килограммов клубники получила каждая девочка?

Решение. Девочки собрали $8 + 9 + 4$, т. е. 21 кг клубники. Каждой досталось $21 : 3$, т. е. по 7 кг клубники.

✓ **Средним арифметическим** нескольких чисел называют частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

<i>Среднее арифметическое = (сумма чисел) : (количество слагаемых)</i>																			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задача 2. Катамаран плыл 4 ч со скоростью 16,1 км/ч и 3 ч со скоростью 15,4 км/ч. Найдите постоянную скорость, с которой он должен был плыть, чтобы проплыть это расстояние за то же время.

Решение. Расстояние, которое проплыл катамаран, равно

$$16,1 \cdot 4 + 15,4 \cdot 3 = 64,4 + 46,2 = 110,6 \text{ (км)}.$$

Разделим расстояние на время, затраченное на этот путь:

$$110,6 : (3 + 4) = 110,6 : 7 = 15,8 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ. Катамаран должен был плыть с постоянной скоростью 15,8 км/ч.

Такую скорость называют **средней скоростью** движения, и она равна частному от деления пройденного пути на время движения.

Ответ задачи можно получить, если найти среднее арифметическое скоростей:

$$(16,1 + 16,1 + 16,1 + 16,1 + 15,4 + 15,4 + 15,4) : 7 = 15,8 \text{ (км/ч)}.$$



- 1.12** Среднее арифметическое четырнадцати чисел равно 4,5, а среднее арифметическое шести других чисел — 2,75. Найдите среднее арифметическое этих двадцати чисел.

Сумма чисел равна среднему арифметическому, умноженному на количество чисел.

- 1.13** На первом участке трассы лыжник шёл 3 ч с некоторой скоростью, а на втором — 2 ч со скоростью 25 км/ч. Найдите скорость лыжника на первом участке трассы, если его средняя скорость на трассе равна 28 км/ч.
- 1.14** Скорость теплохода по течению 20,8 км/ч, а против течения 14,4 км/ч. Найдите собственную скорость теплохода и скорость течения.
- 1.15** Среднее арифметическое двух чисел равно 42. Чему равны эти числа, если одно из них в 2,5 раза меньше другого?



- 1.16** Вычислите.

а) $35,5 : 5$	б) $11 \cdot 0,2$	в) $0,7 : 5$	г) $6,7 - 2,3$
$3,9 : 2$	$1 \cdot 0,1$	$7 : 2$	$6 - 0,02$
$6,3 : 10$	$39 \cdot 0,01$	$23,23 : 23$	$3,08 + 0,2$
$0,64 : 8$	$31 \cdot 0,4$	$25,75 : 25$	$2,54 + 0,06$
$0,7 : 100$	$0,5 \cdot 48$	$0,9 : 18$	$8,2 - 2,2$

- 1.17** Найдите частное:

а) $60 : 0,6$;	г) $100 : 0,1$;	ж) $0,42 : 0,7$;
б) $0,9 : 0,3$;	д) $1000 : 0,01$;	з) $0,1 : 0,01$;
в) $40 : 0,2$;	е) $8 : 0,4$;	и) $1 : 0,5$.



- 1.18** При покупке красных гвоздик в упаковках оказалось 35, 26, 39, 28, 20, 26, 29 цветов. Можно ли из всех этих цветов сделать 7 одинаковых букетов?

Вы знаете, что: $0,1 = \frac{1}{10}$; $0,25 = \frac{1}{4}$; $0,2 = \frac{1}{5}$; $0,125 = \frac{1}{8}$; $0,5 = \frac{1}{2}$.

Поэтому умножить число на 0,25 означает найти четверть числа; умножить на 0,2 означает найти пятую часть числа и т. д.



- 1.19** Как проще всего найти произведение:

а) $7000 \cdot 0,1$; б) $600 \cdot 0,2$; в) $48 \cdot 0,25$; г) $32 \cdot 0,125$; д) $114 \cdot 0,5$?

- 1.20** 1) Может ли произведение двух чисел оказаться меньше:

а) одного из множителей; б) обоих множителей?

Приведите примеры.

2) Может ли частное оказаться больше делимого? Приведите примеры.



- 1.21** Папе, чтобы купить нужное количество материалов для починки забора, нужно определить его длину, но нет рулетки. Петя заметил, что расстояние между двумя соседними столбиками забора равно пяти его шагам, а столбиков всего 40. Чему равна длина забора, если один шаг мальчика 0,45 м? Сколько решений имеет задача?



- 1.22** Найдите частное:

а) $0,468 : 0,26$;	в) $3,648 : 4,56$;	д) $50,02 : 41$;
б) $0,9775 : 0,425$;	г) $0,559 : 0,043$;	е) $142,4 : 178$.

- 1.23** Найдите корень уравнения:

а) $4,1x - 2,9x + 7,5 = 7,98$;	в) $(8,3 - z) \cdot 4,9 = 5,88$;
б) $7,8y - (5,6y + 10,6) = 3,7$;	г) $(11,2 - p) \cdot 4,5 = 31,5$.

1.24 Центр аттракционов занимает $14\,400\text{ м}^2$, что составляет 0,01 всего парка. Найдите площадь парка и выразите её в квадратных километрах.

1.25 В 10 ч легковой автомобиль догнал грузовой, а в 19 ч был впереди него на 180 км. Какое расстояние было между автомобилями в 7 ч того же дня, если скорость легкового автомобиля 66 км/ч? Есть ли в условии лишние (избыточные) данные?

В 1.26 Фотовыставка размещена в сквере на стендах. Стенды расставлены вокруг квадратного газона со стороной 46 м. Посетители рассматривают экспозицию, двигаясь со скоростью 0,016 м/с. Смогут ли они за час обойти всю выставку?

В 1.27 Заполните таблицу.

Движение денежных средств	Отдел магазина		Всего
	Рыбный	Мясной	
Остаток на начало дня, р.	204 920	006 800	
Поступило за день, р.	730 840	342 700	
Продано за день, р.	836 950	142 340	
Остаток на конец дня, р.			

1.28 Найдите значение выражения: 1) $(59 - 26,42) \cdot 3,5$; 2) $(9 - 4,58) \cdot 0,5$.



1.29 Найдите среднее арифметическое чисел:

- а) 43,25; 41,64; 38,24; 47,82 и округлите ответ до десятых;
 б) 7,126; 5,364; 3,275; 1,932 и округлите ответ до тысячных.

1.30 Найдите среднюю длину своего шага, измерив длину пяти своих шагов.

1.31 Три поля имеют площадь по 100 га каждое. С первого поля собрали 3610 ц пшеницы, со второго — 3780 ц пшеницы, с третьего — 3545 ц пшеницы. Определите урожайность пшеницы на каждом поле и найдите *среднюю урожайность* на трёх полях.

1.32 Велосипедист ехал 2,6 ч со скоростью 6,6 м/с, а затем 1,4 ч со скоростью 5,2 м/с. Чему равна *средняя скорость* движения велосипедиста на всём пути?

1.33 Одно число равно 5,9. Найдите другое число, если среднее арифметическое двух чисел 3,2.

1.34 Среднее арифметическое двух чисел 4,9. Одно из них в 1,8 раза меньше другого. Найдите эти числа.

1.35 Среднее арифметическое двух чисел 5. Найдите эти числа, если первое число на 2,5 больше второго.

1.36 За 7 ч комбайнёр убрал кукурузу с 9,8 га поля. С какой скоростью двигался комбайн, если ширина жатки равна 3,5 м?

1.37 На одну порцию десерта из клубники берут 120 г ягод и 25 г сливок. Сколько килограммов сливок потребуется для приготовления десерта из 24 кг клубники? Сколько порций получится?

1.38 Биомасса — это шестой по запасам из источников энергии на Земле после горючих сланцев, урана, угля, нефти и природного газа. Ежегодно на Земле образуется около 170 млрд т первичной биологической массы. Биомасса растительности лугов, степей и пашен составляет около 70 % от первичной биомассы. Найдите, сколько баррелей нефти она может заменить, если 380 т дают столько же энергии, сколько один баррель нефти. Ответ округлите до целого числа миллионов.

1.39 Найдите значение выражения:

- а) $4,3x + 6,9x + 7,7x - 5,9x$ при $x = 5,4; 0,6; 100$;
 б) $4,9a - (3,9a + 0,6a)$ при $a = 3,2; 9,38$;
 в) $19,84c - (7,84c + 11,7c)$ при $c = 0,4; 5,02$.

1.40 Вычислите: а) $42,885 - 27,885 : (0,72 + 4,35)$; б) $241,18 + 258,82 : (39 - 36,5)$.

✶**А**

абáк

В древности люди использовали для счёта пальцы рук и ног. Затем стали пользоваться камешками, палочками, верёвками с узелками и др.

В Древнем Египте и Древней Греции использовали счётную доску — абáк. На доске были нанесены прямые, по которым передвигали метки (косточки, камешки). Это было первое вычислительное устройство, предназначенное для вычислений. Греки передвигали камешки слева направо, а египтяне делали это справа налево.

В Древнем Риме абак называли *calculi* или *abaculi*. Его изготавливали из бронзы, камня, слоновой кости и метки передвигали по желобкам (рис. 1.2, а). От латинского слова *calculatore* (вычислять) произошло современное название *калькулятор*.

В китайском абаке (*суань-пань*) протянуто 9 или более проволок, которые разделены линейкой на две неравные части: «землю», в которой по 5 шариков на каждой проволоке, и «небо» — по 2 шарика (рис. 1.2, б). Шарики в «земле» означают пять пальцев руки, а шарики в «небе» — две руки. Проволоки — это десятичные разряды: единицы, десятки и т. д.

От суань-паня произошёл японский абак — соробан (рис. 1.2, в). Он проще китайского абака. У него на «небе» на один шарик меньше. Абак просуществовал до XVII в., когда вычисления на нём были заменены письменными вычислениями.

счёты

В русских счётах (десятичный абак) применяется десятичная система счисления, а также предусмотрена возможность использовать четверти, десятые и сотые доли. Счёты возникли на рубеже XV—XVI вв. и применялись активно в торговле до последнего десятилетия XX в. (рис. 1.2, г). С момента своего появления счёты практически не менялись. С появлением калькуляторов счёты почти полностью вышли из применения.

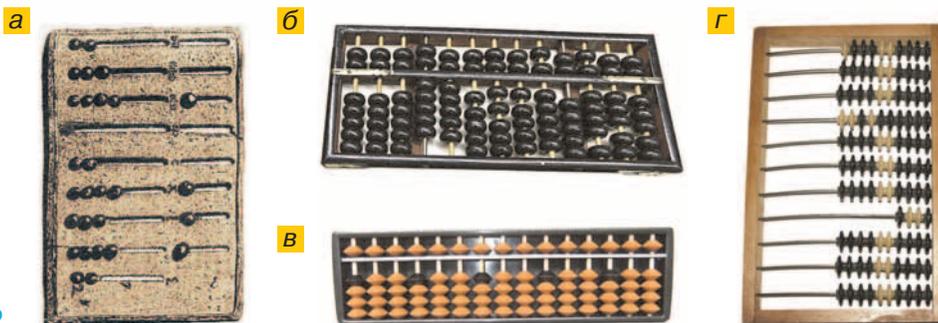


Рис. 1.2

В 1623 г. Вильгельм Шикард придумал первый арифмометр, умеющий выполнять четыре арифметических действия. Это изобретение на практике использовал его друг — философ и астроном Иоганн Кеплер. Затем последовали машины Блеза Паскаля (1642) и Готфрида Вильгельма Лейбница (1673). В 1820 г. Шарль де Кольмар создал первый серийно выпускавшийся арифмометр. В 1878 г. великий русский математик Пафнүтий Львович Чебышёв изобрёл наиболее совершенный для того времени арифмометр.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 Найдите среднее арифметическое чисел:
 - а) 5, 4, 1, 0, 9, 3, 1, 0, 0, 5;
 - б) 10, 34, 65, 48, 96;
 - в) 4,9; 5,1; 5; 4,8; 5,2;
 - г) 20,1; 100,6; 21; 20,5; 105,8.
- 2 Одно число равно 6,4. Чему равно другое число, если среднее арифметическое этих двух чисел равно 3,25?
- 3 Среднее арифметическое двух чисел равно 146. Найдите эти числа, если одно число больше другого на 22.
- 4 Велосипедист ехал 6 мин в гору, преодолев 1,2 км, затем он проехал 5,3 км по велосипедной дорожке, затратив на этот участок дороги 12 мин. По лесной тропинке протяжённостью 2,3 км он ехал 15 мин. С какой средней скоростью ехал велосипедист? Ответ запишите в км/ч.
- 5* а) Среднее арифметическое трёх последовательных натуральных чисел равно 21. Найдите эти три числа.
 б) Сформулируйте правило для нахождения среднего арифметического трёх последовательных натуральных чисел.

2. Проценты

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- процент

На практике часто приходится использовать сотые доли разных величин.

Например, сотая доля центнера — килограмм, сотая доля рубля — копейка. Эта доля, как и половина, треть, четверть, имеет особое название.

Сотая доля называется **процэ́нтом**. Её обозначают знаком %:

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

Чтобы найти 1 % величины, надо её значение разделить на 100. Так как 1 % равен сотой части величины, то вся величина равна 100 %.

*перевод числа
в проценты
и процентов в число*

Чтобы перевести число в проценты, надо его умножить на 100.

Чтобы перевести проценты в число, надо разделить число процентов на 100.

Например,

$$0,843 = (0,843 \cdot 100)\% = 84,3\%;$$

$$56\% = 56 : 100 = 0,56;$$

$$1\frac{3}{4} = \left(\frac{7}{4} \cdot 100\right)\% = 175\%;$$

$$125\% = 125 : 100 = 1,25;$$

$$2 = (2 \cdot 100)\% = 200\%;$$

$$2470\% = 2470 : 100 = 24,7.$$

Задача 1. Издательство выпустило 1500 наименований книг. Из них 45 % составляют новинки. Сколько новинок выпустило издательство?

Решение. Все 1500 наименований — это 100 % выпуска. Найдём, чему равен 1 % выпуска. Для этого разделим 1500 на 100:

$$1500 : 100 = 15.$$

Найдём, чему равны 45 % выпуска:

$$15 \cdot 45 = 675.$$

Издательство выпустило 675 новинок.

В этой задаче **найлены проценты от числа.**

Задача 2. Все нормы ГТО выполнили 80 учащихся, что составляет 20 % всех учеников, обучающихся в школе. Сколько учеников в школе?

Решение. Найдём, 1 % всех учеников в школе. Для этого разделим 80 на 20:

$$80 : 20 = 4.$$

Найдём, сколько учащихся составляют 100 %:

$$4 \cdot 100 = 400.$$

В школе 400 учеников.

В этой задаче **найдено число по его процентам.**

Задача 3. В лесу 1600 деревьев. Из них елей 528. Какой процент елей в лесу?

Решение. Найдём какую часть составляет число 528 от числа 1600. В лесу ели составляют $\frac{528}{1600}$ всех деревьев. Обратим дробь $\frac{528}{1600}$ в проценты. Для этого разделим 528 на 1600 и умножим на 100. Ели составляют 33 % всех деревьев.

В этой задаче **найдено, сколько процентов одно число составляет от другого.**



Как называют сотую долю величины или числа?

Как найти 1 % числа?

Как найти число по его 25 %?

Как называют 1 % от центнера; метра; гектара?

Как перевести число в проценты?

Как перевести проценты в число?

Как найти сколько процентов составляет одно число от другого?

К

1.41 Переведите проценты в число:

а) 1 %; б) 8 %; в) 37 %; г) 156 %; д) 4,6 %; е) 0,7 %.

1.42 Переведите в проценты дробь:

а) 0,56; б) 0,09; в) 1,78; г) 3,215; д) $\frac{3}{4}$; е) $1\frac{5}{8}$.

1.43 Переведите обыкновенные дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{17}{20}$ в десятичные, а потом переведите их в проценты.





1. Предложение «Коля прочитал 0,5 % книг в нашей школьной библиотеке» читают так: «Коля прочитал полпроцента книг в нашей школьной библиотеке», а предложение «В этом месяце цены на молоко снизились на 10 %» читают так: «В этом месяце цены на молоко снизились на десять процентов».

2. Ударение в слове «процѐнт» во всех падежах ставится на втором слоге и в единственном, и во множественном числе. Например:

- двести два процѐнта; не менее семнадцати процѐнтов.

3. а) Словосочетание «несколько процентов (от чего?)...» применяют с числительным. Например:

- двадцать пять процентов от пятидесяти.

б) Словосочетание «несколько процентов (чего?)...» применяют с существительным, не имеющим количественного значения. Например:

- сорок процентов вылова рыбы.

в) Если зависимое слово по смыслу связано с количеством, допустимы обе конструкции. Например:

- шесть процентов цены и шесть процентов от цены.

4. Слово «процент» («проценты») читается в большинстве случаев в том же падеже, что и числительное. Например:

- $\frac{1}{4} = 25\%$ — одна четвёртая равна двадцати пяти процѐнтам;
Д. п. Д. п. Р. п. Р. п.
- $0,01 < 40\%$ — ноль целых одна сотая меньше сорока процѐнтов.

5. После любого падежа числительных, оканчивающихся словом «тысяча» или «миллион», слово «проценты» ставится в родительном падеже. Например:

- прирост биомассы растений равен тысяче процѐнтов.
Д. п. Р. п.



1.44 Заполните таблицу.

Дробь	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{20}$			
Десятичная дробь		0,75					0,03	
Проценты				40 %		100 %		1 %

1.45 В магазин завезли 500 кг яблок. В первый день продали 1 % всех яблок. Во второй день продали одну сотую завезѐнных яблок. Сравните число яблок, проданных в первый и второй дни.

1.46 В коробке лежало 400 гелевых ручек. Из них 1 % составляли ручки зелёного цвета, а 5 % — ручки красного цвета. Сколько ручек зелёного и красного цветов лежало в коробке?

1.47 За сутки комбайнёры убрали 25 % пшеничного поля. Сколько гектаров убрали за сутки, если площадь поля 340 га?

1.48 Протяжѐнность туристического маршрута по Золотому кольцу России составляет 674 км. Сколько километров проедут путешественники, когда преодолеют 10 % всего пути; 25 % пути; 40 % пути; 80 % пути?

1.49 В бочке было 450 л воды. На полив огорода ушло 60 % этой воды. Сколько литров воды осталось в бочке?

1.50 За день в саду было собрано 2420 кг слив, из них 5 % отправили в детский санаторий, а остальные — на консервный завод. Найдите массу слив, отправленных на консервный завод.

1.51 Оптовая цена книги 240 р., а розничная — на 28 % больше. Чему равна розничная цена книги?

1.52 Квадрат на рисунке 1.3 разбит на 100 долей. Найдите площадь всего квадрата, если закрашено $20,25 \text{ см}^2$.

1.53 План двора (рис. 1.4) разбит на 100 равных частей. Закрашенная на плане часть двора площадью $80,52 \text{ м}^2$ отведена под клумбу и декоративные кустарники. Найдите площадь всего двора.

1.54 Сколько посетителей было на выставке робототехники, если 2 % всех посетителей составляют 8 человек?

1.55 В 2014 г. в России прошли XXII зимние Олимпийские игры. Путешествие олимпийского огня по нашей стране было самым протяжённым за всю историю проведения Игр. Маршрут от Москвы до Санкт-Петербурга длиной 650 км — это лишь 1 % всего маршрута путешествия. Сколько километров составил весь маршрут путешествия олимпийского огня?

1.56 Площадь комнаты 18 м^2 , и она составляет 40 % площади всей квартиры. Найдите площадь всей квартиры.

1.57  Путешественники проехали в первый день 210 км, что составляет 15 % намеченного пути. Какой длины намеченный путь?

1.58 Пирожное содержит 14 % сахара. Сколько испекли пирожных, если для их приготовления израсходовали 21 кг сахара, а масса каждого пирожного 100 г?

1.59 Во время проведения акции цена на спортивные товары была снижена на 15 %. Сколько стоили кроссовки во время акции, если их первоначальная цена была 1260 р.?

1.60 На выставке современных технологий было представлено 650 экспонатов. Из них 130 — экспонаты робототехники. Сколько процентов всех экспонатов составляла робототехника?

1.61 В смеси сухофруктов 130 г изюма, 270 г кураги и 200 г яблок. Какой процент яблок в смеси?

1.62  Велосипедист проехал 6,5 км. Какой процент пути он проехал, если весь путь равен 10 км?

1.63 Ярослав запланировал прочитать 28 страниц повести, но она так понравилась мальчику, что он прочитал все 49 страниц повести сразу. Найдите, на сколько процентов он:

а) выполнил план; б) перевыполнил план.

1.64 Сколько процентов сахара содержит раствор, приготовленный из 48 г сахара и 352 г воды?

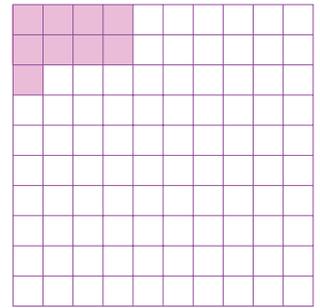


Рис. 1.3

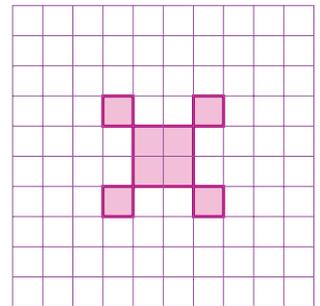


Рис. 1.4

- 1.65** Длина прямоугольного параллелепипеда равна 60 см, его высота составляет 120 % длины, а ширина составляет 50 % высоты. Найдите объём параллелепипеда.



- 1.66** Вычислите.

а) $0,5 \cdot 4$: 0,1 – 0,8 : 30 — ?	б) $7,2 : 0,1$: 7,2 · 0,36 + 0,7 — ?	в) $57 \cdot 0,1$: 3 + 4,4 : 0,9 — ?	г) $4,4 : 11$: 0,1 · 0,25 : 20 — ?
--	--	--	--



- 1.67** Диктант в 6 «А» успешно написали 36 учащихся, а в 6 «Б» — 35 учащихся. Какой класс лучше написал диктант, если в 6 «А» 45 учеников, а в 6 «Б» 40 учеников?

- 1.68** Найдите 0,4 числа:

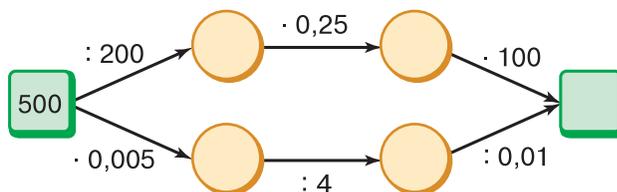
а) 240; б) 900; в) 80; г) 7.

- 1.69** Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 50 см, длина в 1,5 раза больше ширины, а высота составляет 0,3 ширины. Найдите объём параллелепипеда.

- 1.70** Переведите в десятичную дробь число:

а) $5\frac{1}{2}$; б) $6\frac{1}{5}$; в) $3\frac{1}{8}$; г) $1\frac{1}{25}$; д) $10\frac{1}{50}$.

- 1.71** Выполните вычисления. Объясните, почему получается одинаковый ответ.



- 1.72** Выполните действия:

а) $3,0728 + 48,0433 : (9 - 2,195)$;
 б) $101,5898 - 103,1556 : (7,2572 + 7,3128)$;
 в) $687,2 + (75,0602 - 71,7162) : 0,055$;
 г) $3,05^2 : 0,61 - 5,25$.

- 1.73** Турист шёл 2 ч по равнине, 1,5 ч поднимался в гору и 2,5 ч спускался с горы. Скорость туриста на равнине в 1,5 раза больше скорости при подъёме в гору, а скорость спуска с горы в 2 раза больше скорости при подъёме в гору. Найдите скорость туриста при подъёме в гору, если его средняя скорость на всём пути 4,75 км/ч.

- 1.74** На покупку тетрадей Наташа потратила $\frac{4}{15}$ имевшихся у неё денег. Сколько денег осталось у Наташи, если она потратила 60 р.?

- 1.75** В баке автомобиля было 42 л бензина. Во время первой поездки за город было израсходовано $\frac{2}{7}$ всего количества бензина. Во время второй поездки — $\frac{3}{5}$ оставшейся части бензина в баке. Сколько бензина осталось в баке после этих двух поездок?

- 1.76** Найдите значение выражения:

1) $(7,3 \cdot 1,5 - 7,31) : 2,8 + 0,7$; 2) $(27,93 - 4,2 \cdot 5,6) : 2,1 - 0,1$.



- 1.77** 1) Среднее арифметическое трёх чисел равно 2,9. Найдите эти числа, если третье число в 3,2 раза больше первого, а второе на 0,9 больше первого.
2) Среднее арифметическое трёх чисел равно 2,64. Найдите эти числа, если первое число в 2,7 раза больше третьего, а второе на 0,4 больше третьего.

1.78 Найдите значение выражения:

а) $\frac{4}{9} \cdot \frac{63}{64} \cdot \frac{2}{7}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{5}{6} : \frac{7}{15}$; в) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$.

1.79 Вычислите:

а) $\left(\frac{7}{30} + \frac{1}{2} + \frac{4}{15}\right) : \left(\frac{49}{50} - \frac{14}{25} - \frac{2}{5}\right)$; б) $39 : \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{18}\right)$.



1.80 Запишите в виде процентов дробь:

а) 7,49; б) 5,7; в) 0,013; г) $\frac{15}{16}$; д) $1\frac{7}{8}$.

1.81 Запишите в виде числа:

а) 64 %; б) 3 %; в) 9,73 %; г) 293 %.

1.82 Зимой для хорошего удоя козе и корове в сутки давали 12,5 кг сена. Из них коза съедала 20 % всего сена. Сколько килограммов сена съедала корова?

1.83 В магазин завезли 150 кг яблок. В первый день продали 66 кг. Сколько процентов яблок осталось продать?

1.84 На ремонт дома израсходовано 275 тыс. р. На оплату рабочим израсходовано 30 % этой суммы, на строительные материалы — 50 %, а остальная часть — на сантехнику. Сколько денег потрачено на сантехнику?

1.85 В клубнике содержится в среднем 6 % сахара. Сколько килограммов сахара в 12,5 кг клубники?

1.86 Сколько граммов жира содержит 800 г молока 3,2 % жирности?

1.87 Ученик прочитал 105 страниц, что составляет 21 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

1.88 Масса котёнка составляет 7 % массы кошки. Найдите массу кошки, если масса котёнка 350 г.

1.89 В магазин завезли сливы, из них 15 % оказались испорченными и в продажу не поступили. Сколько слив было завезено в магазин, если в продажу поступило 263,5 кг слив?

1.90 Красный железняк и магнитный железняк содержат около 60 % железа. Сколько нужно добыть руды, чтобы получить 70,5 т железа? Сколько железа получится из 120,5 т руды?

1.91 Масса варёного мяса составляет 76 % массы сырого. Сколько надо купить сырого мяса, чтобы получить 1,5 кг отварного? Сколько получится отварного мяса из 2,4 кг сырого?

1.92 На соревнование по плаванию приехали 40 спортсменов, из них 4 из Крыма. Какой процент всех спортсменов составляли крымчане?

1.93 В партии ручек из 300 штук пишут 294. Какой процент составляют ручки, которые не пишут?

- 1.94 В математическом кружке занимаются 8 девочек, а мальчиков на 4 больше. Сколько процентов всех ребят, занимающихся в кружке, составляют мальчики; девочки?
- 1.95 На клумбе растут белые, розовые и бордовые пионы. Белые пионы составляют 40 % всех пионов, розовые — 58 % остальных, а бордовых пионов на клумбе 126. Сколько всего пионов на клумбе?
- 1.96 Найдите значение выражения:
 а) $2,34 : 0,39 \cdot (10,7 - 2,3) : ((8,9 - 5,7) \cdot (2,11 + 1,04))$;
 б) $(9,9 - 5,52 : 0,69 + 8,1) \cdot ((5 - 0,125) : (3,7 + 0,05))$.



Слово *процент* происходит от латинского *pro centum*, что переводится «на сто». Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это даёт возможность упрощать расчёты и легко сравнивать части между собой и с целым.

Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях (шестидесятых) родилась ещё в древности у вавилонян, пользовавшихся шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных таблицах вавилонян содержатся задачи на расчёт процентов. Были известны проценты и в Индии.

В Древнем Риме задолго до существования десятичной системы счисления вычисления часто производились с помощью дробей, которые были кратны одной сотой. Например, в I в. Октавиан Август взимал налог в размере $\frac{1}{100}$ на товары, реализовавшиеся на аукционе. Подобные расчёты были похожи на вычисление процентов. От римлян проценты перешли к другим народам.

В Средние века в Европе в связи с широким развитием торговли много внимания обращали на умение вычислять проценты. Для облегчения труда при вычислениях процентов разрабатывались особые таблицы, которые составляли коммерческий секрет фирмы. Впервые опубликовал такие таблицы для расчёта процентов в 1584 г. Симон Стевин, который ввёл в практику и десятичные дроби. В России понятие процента впервые ввёл Пётр I.

Проценты из коммерческой практики постепенно стали применяться в различных отраслях техники, а также и в повседневной жизни. Область применения процентов быстро расширилась, охватывая различные науки.

Знак % происходит от слова *cento* (сто), которое в процентных расчётах часто писалось сокращённо: *cto*. Отсюда путём дальнейшего упрощения в скорописи буква *t* постепенно преобразовалась в наклонную черту, таким образом произошёл современный символ для обозначения процента.

По другой версии, этот знак произошёл в результате опечатки в руководстве по коммерческой арифметике в 1685 г., где по ошибке наборщика вместо *cto* напечатали *o/o*. Постепенно математики стали применять этот знак. В середине XIX в. он получил всеобщее признание как символ процента.

Применяют и более мелкие — тысячные доли целого, т. е. десятые доли процента, так называемые *промилле* (от лат. *pro mille* — «с тысячи»), и обозначают ‰.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1 Переведите десятичную дробь в проценты:
а) 0,3; б) 5,4; в) 0,324.
- 2 Представьте проценты в виде десятичной дроби:
а) 4 %; б) 246 %; в) 7,3 %.
- 3 Какие из утверждений верны?
а) 1 мм составляет 1 % от 1 дм;
б) 1 м составляет 1 % от 1 км;
в) 100 см² составляют 1 % от 1 м²;
г) 1 а составляет 1 % от 1 га;
д) * 1 мм² составляет 1 % от 1 дм²;
е) 1 см³ составляет 1 % от 1 м³.
- 4 От плитки шоколада массой 100 г сначала отломали 10 %, а затем ещё 10 % оставшейся части.
а) Какова масса первого отломленного от шоколадки кусочка?
б) Какова масса второго отломленного от шоколадки кусочка?
в) * Сколько всего процентов шоколадки отломали?

Проверочная работа № 2

- 1 Найдите:
а) 3 % от 15; б) 0,12 % от 4; в) 130 % от 4,5; г) 25 % от 3 246 р.; д) 0,6 % от 20 кг; е) * 4 % от 2 ч 15 мин.
- 2 Сколько человек было в кинотеатре, если 3% всех зрителей составляли 15 человек?
- 3 В парке 2400 деревьев, 30 % всех деревьев составляют берёзы, 10 % всех берёз были посажены волонтерами.
а) Сколько берёз в парке?
б) Сколько берёз посадили волонтеры?
в) Какой процент составляют берёзы, посаженные волонтерами, от числа всех деревьев в парке?

Проверочная работа № 3

- 1 В различных банках были открыты вклады на год. В таблице представлены данные о суммах вкладов и начислениях в конце года по каждому вкладу.

Название банка	Сумма вклада, р.	Начисления по вкладу, р.	Процентная ставка
«Первый банк»	39 000	1755	
«Хороший банк»	450 000	15 750	
«Надёжный банк»	120 000	4680	
«Солидный банк»	3 000 000	111 000	

Под какую процентную ставку был открыт каждый вклад? В каком банке наиболее выгодно открыть вклад на год?

2 Сравните:

- а) 20 % от 100 и 5 % от 1000;
 б) 50 % от 300 000 и 150 % от 20 000;
 в) 10 % от 5,6 и 0,1 % от 560.

3 Найдите число, если:

- а) 23 % его равны 138; в) 5,6 % его равны 28;
 б) 0,17 % его равны 5,1; г) * 43 % его равны $2\frac{1}{21}$.

4 Найдите величину, если 3,8 % от неё равны:

- а) 15 км 200 м; б) 1 ч 54 мин.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- круговая диаграмма

3. Представление числовой информации в круговых диаграммах

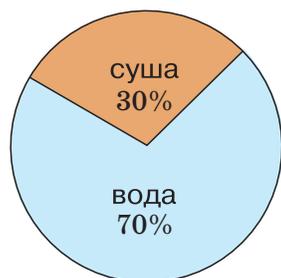


Рис. 1.5

На рисунке 1.5 изображена **круговая диаграмма**, на которой показано соотношение площадей воды и суши на земной поверхности. Видно какую часть этой поверхности занимают океаны и моря, а какую — материки и острова, т. е. отношение суши к воде.

Разберём, как построить эту диаграмму.

В круге $180^\circ + 180^\circ$, т. е. 360° , или 100 %. Суша занимает около 30 % всей земной поверхности, поэтому найдём 30 % от 360° . Получим $360^\circ : 100 \cdot 30 = 108^\circ$.

Построим сектор с углом 108° и закрасим его (см. рис. 1.5).

Остальная часть круга показывает площадь поверхности воды.

Рассмотрим пример, когда для построения круговой диаграммы приходится разбивать круг на много частей.

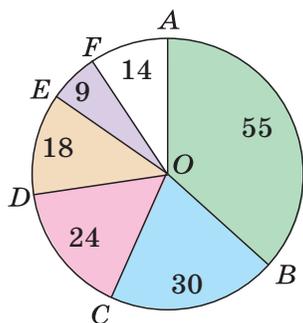
Составим круговую диаграмму распределения площадей материков. Приблизительная площадь

Евразии — 55 млн км², Африки — 30 млн км²,

Северной Америки — 24 млн км²,

Южной Америки — 18 млн км², Австралии — 9 млн км²,

Антарктиды — 14 млн км².



- Евразия
- Африка
- Северная Америка
- Южная Америка
- Австралия
- Антарктида

Данные на диаграмме в млн км²

Рис. 1.6

Так как $55 + 30 + 24 + 18 + 9 + 14 = 150$ (млн км²), то 1 млн км² изображается на диаграмме двумя целыми четырьмя десятymi градусами ($360^\circ : 150 = 2,4^\circ$). Поэтому в круге (рис. 1.6) проведём радиусы OA , OB , OC , OD , OE и OF так, чтобы

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 132^\circ, & \angle BOC &= 72^\circ, & \angle COD &= 57,6^\circ, \\ \angle DOE &= 43,2^\circ, & \angle EOF &= 21,6^\circ, & \angle FOA &= 33,6^\circ \end{aligned}$$

(при построении диаграммы градусную меру углов можно округлить до целых). Затем закрасим секторы разными цветами.

Круговые диаграммы используют тогда, когда хотят наглядно показать соотношение целого и его частей.

? Сколько градусов в развёрнутом угле?
В каких случаях используют круговые диаграммы?
Почему Землю называют голубой планетой?

К

1.97 По круговой диаграмме, на которой представлено распределение продаж новых смартфонов по четырём кварталам года (рис. 1.7), найдите:

- в каком квартале было наибольшее количество продаж смартфонов;
- в каком квартале было наименьшее количество продаж;
- в каком квартале количество продаж смартфонов составило 25 % от продаж всего года;
- верно ли, что количество продаж смартфонов в первом квартале было таким же, как во втором и третьем вместе.

1.98 На круговой диаграмме показано содержание питательных веществ в твороге (рис. 1.8). Определите по диаграмме, верно ли, что в твороге:

- углеводов меньше всего;
- белков больше, чем углеводов;
- жиров больше, чем белков, и больше, чем углеводов;
- белков и жиров более 25 %;
- жиров и углеводов меньше 25 %.

1.99 В классе 36 учеников. За четверть по математике пятёрки имеют 9 человек, четвёрки — 12 человек, а остальные имеют тройки. Какая диаграмма на рисунке 1.9 показывает успеваемость этого класса?

1.100 В клубничном варенье сахар составляет $\frac{2}{5}$ массы. Постройте круговую диаграмму содержания сахара в клубничном варенье.

1.101 Используя калькулятор, постройте круговую диаграмму площадей поверхностей океанов, предварительно заполнив таблицу. (Площади океанов даны приближённо.)

Название океана	Площадь, млн км ²	Сектор диаграммы, градусы
Тихий	180	
Атлантический	90	
Индийский	75	
Северный Ледовитый	15	
Южный	20	
Всего		360

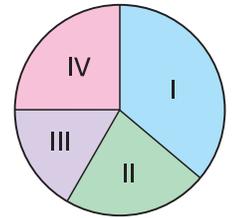
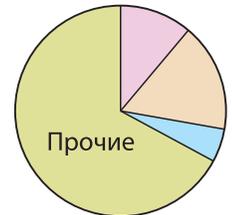


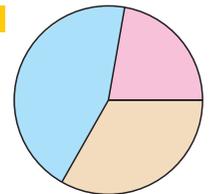
Рис. 1.7



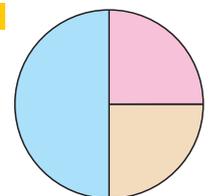
■ Белки
■ Жиры
■ Углеводы

Рис. 1.8

а



б



в

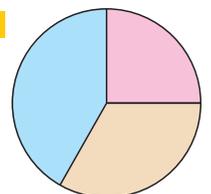


Рис. 1.9

1.102 Магнитный железняк содержит 0,7 чистого железа. Постройте круговую диаграмму распределения железа и пустой руды в магнитном железняке.



1.103 Вычислите.

$\begin{array}{r} 2 - 0,6 \\ \cdot 0,3 \\ : 6 \\ + 0,23 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 7,5 \cdot 10 \\ : 50 \\ : 5 \\ \cdot 0,4 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,82 - 0,4 \\ : 0,6 \\ \cdot 5 \\ - 2,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,25 \cdot 2 \\ \cdot 0,6 \\ + 3,7 \\ : 10 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,17 - 0,93 \\ : 0,6 \\ + 0,6 \\ \cdot 1,8 \\ \hline ? \end{array}$
--	---	--	---	---

1.104 Вычислите:



- а) 50 % от 8 ц; 1 мин; 13 см; 180°;
 б) 10 % от 1 т; 5000 р.; 10 а; 1 л; 90°.

1.105 Найдите, сколько процентов составляют:



- а) 8 г от 1 кг; в) 15 м от 1 км; д) 25 см² от 1 м²;
 б) 15 мин от 1 ч; г) 300 л от 1 м³; е) 3 см³ от 1 м³.

1.106 Найдите число:



- а) 10 % которого равны 1; 10; 0,4; 1,8;
 б) 25 % которого равны 4; 15; 25; 1,6; 10,3;
 в) 1 % которого равен 1; 8; 0,3; 2,4;
 г) 0,2 % которого равны 4; 5; 0,8; 1,2.

1.107 Найдите значение выражения:

а) $3\frac{8}{13} - \frac{5}{13} + \left(1\frac{5}{39} - \frac{1}{13}\right)$; б) $\left(1\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$.

1.108 Решите уравнение:

а) $x + \frac{5}{18} = \frac{11}{36}$; б) $\frac{7}{12} - x = \frac{5}{9}$; в) $\frac{9}{16} \cdot x = \frac{3}{8}$; г) $x : \frac{7}{34} = \frac{1}{8}$.

1.109 Углы MNK и KND составляют развёрнутый угол. Каким является угол MNK , если угол KND :

- а) острый; б) тупой; в) прямой?

1.110 Верно ли, что:

- а) угол меньший тупого — острый;
 б) половина тупого угла — острый угол;
 в) угол больший прямого — тупой;
 г) сумма градусных мер острых углов больше 90°?

1.111 Найдите градусную меру угла KOT на рисунке 1.10.

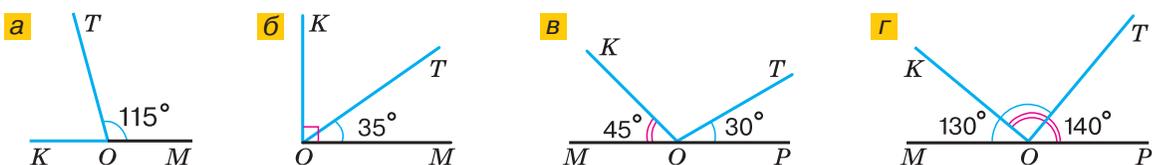


Рис. 1.10

- 1.112** а) Постройте угол MNK , градусная мера которого равна 60° . На сторонах угла отложите равные отрезки NB и NC и соедините отрезком точки B и C .
 б) Измерьте стороны и углы треугольника CNB и сравните его стороны и углы.
 в) Найдите сумму углов и периметр треугольника наиболее удобным способом.

- 1.113** Масса масла составляет 4,8 % массы молока. Сколько коров необходимо для получения 6 т масла за 10 дней, если каждая корова даёт в среднем 20 кг молока в день?

1.114 **Практическая работа**

Оборудование: линейка, карандаш, циркуль, транспортир.

Порядок работы:

- 1) Проведите окружность и её диаметр AB .
- 2) На окружности отметьте точки K , L , M и N .
- 3) Соедините точки K , L , M и N с точками A и B .
- 4) Измерьте углы AKB , ALB , AMB и ANB . Сделайте предположение о величине этих углов.
- 5) Ответьте на вопрос: «Как построить прямой угол, имея только линейку и циркуль?»

1.115 **Практическая работа**

Оборудование: циркуль, линейка, карандаш, транспортир.

Порядок работы:

- 1) Проведите окружность с центром O и её диаметр CD .
- 2) Используя транспортир, разделите оба развёрнутых угла COD на три равных угла. Отметьте точки пересечения сторон углов с окружностью буквами C , A , B , D , M и N . Сколько получилось равных частей в круге?
- 3) Соедините отрезками точки C , A , B , D , M и N . Как называется этот многоугольник?
- 4) Сравните стороны многоугольника и радиус круга. Сделайте предположение.

- 1.116** Постройте развёрнутый угол POT и проведите луч OS . Чему равны углы POS и SOT , если:

- а) угол POS вдвое меньше угла SOT ;
- б) угол POS на 80° больше угла SOT ;
- в) угол SOT в 5 раз больше угла POS ?



- 1.117** Внутри прямого угла ABC проведён луч BD . Чему равны углы ABD и DBC , если:

- а) угол ABD в 4 раза меньше угла DBC ;
- б) угол DBC больше угла ABD на 32° ;
- в) угол ABD в 8 раз больше угла DBC ?



- 1.118** Вычислите 6 %, 12 %, 24 %, 30 %, 60 % от числа 420. Предложите разные способы решения этой задачи.



- 1.119** Вычислите 1 %, 15 %, 25 %, 30 %, 50 %, 75 %, 100 % от числа, если 3 % этого числа равны 15.



- 1.120** Вместимость стадиона «Спартак» — 45 360 человек.

- а) Сколько человек посетило футбольный матч, если было занято 5 %; 10 %; 40 %; 65 % всех мест?
- б) На сколько процентов был заполнен стадион, если было занято 9072; 22 680; 38 556 мест?



- 1.121** а) На сколько процентов увеличилось число 90, если его увеличили на 45?
 б) На сколько процентов уменьшилось число 115, если его уменьшили на 23?
 в) На сколько процентов увеличилось число, если его увеличили в 4 раза?
 г) На сколько процентов уменьшилось число, если его уменьшили в 4 раза?



1.122 Вокруг школы посадили 36 деревьев: 16 берёз, 8 клёнов, а остальные — каштаны. Изобразите в круговой диаграмме видовой состав деревьев.

1.123 Миша составил свой режим дня:

7:00—8:30. Подъём, утренние процедуры, завтрак, дорога в школу.

8:30—13:30. Занятия в школе.

13:30—16:00. Дорога из школы, обед, прогулка.

16:00—18:00. Домашние задания.

18:00—19:00. Спортивные занятия.

19:00—22:00. Ужин, свободное время, подготовка ко сну.

22:00—7:00. Сон.

Представьте эти данные на круговой диаграмме.

1.124 Постройте столбчатую и круговую диаграммы длин крупных рек России по таблице.

Река	Длина, тыс. км	Сектор диаграммы, градусы
Обь (с Иртышом)	5,41	
Амур (с Аргунью)	4,44	
Лена	4,4	
Енисей	4,1	
Волга	3,53	
Всего		360

1.125 Пограничный пёс Мухтар взял след и начал догонять нарушителя границы, когда между ними было 2,7 км, и догнал его через 0,18 ч. Найдите скорость Мухтара, если скорость нарушителя была в 3,5 раза меньше его скорости.

1.126 Чему равен угол между часовой и минутной стрелками часов в:

а) 6 ч; б) 3 ч; в) 13 ч; г) 10 ч?

1.127 В партии из 500 лампочек 3 лампочки оказались бракованными. Какой процент составляли исправные лампочки?

1.128 Площадь однокомнатной квартиры 37 м². Площадь кухни и коридора составляет 30 %, площадь санузла — 10 % площади квартиры. Найдите площадь комнаты. Решите задачу двумя способами. Какой из этих способов проще?

1.129 Объясните смысл предложения:

а) «Вклад под 8 % годовых»; б) «Жирность кефира 3,2 %».

1.130 Магазин предоставляет скидку 25 % от суммы покупки. Сколько заплатит покупатель, если он выбрал товары на сумму: а) 280 р.; б) 960 р.; в) 1240 р.?

1.131 При хранении на складе морковь теряет за месяц в среднем 0,7 % своей массы. На склад поступило 6,3 т моркови. На сколько килограммов уменьшится масса моркови на складе через месяц хранения?

1.132 Белый чугун содержит 4,3 % углерода. Сколько углерода содержится в 45 740 т белого чугуна? Сколько тонн белого чугуна содержит 5289 кг углерода?

1.133 В цех привезли 600 т глинозёма с содержанием алюминия 7,2 % и 800 т глинозёма с содержанием алюминия 5,6 %. Из какого глинозёма после электролиза получится больше алюминия?



Рис. 1.11

4. Виды треугольников

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- остроугольный, прямоугольный, тупоугольный треугольники
- равносторонний, равнобедренный, разносторонний треугольники

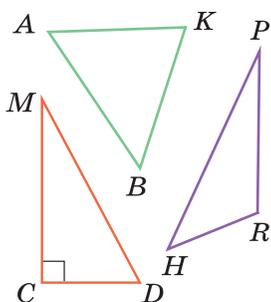


Рис. 1.12

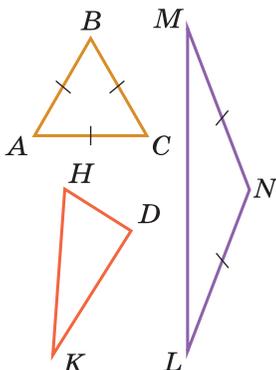


Рис. 1.13

Из всех многоугольников наименьшее количество углов и сторон у треугольника. Среди окружающих нас предметов предметы в форме треугольника встречаются очень часто (рис. 1.11).

В зависимости от вида углов различают следующие виды треугольников: *остроугольные, прямоугольные и тупоугольные*.

Треугольник называют:

остроугольным, если все три его угла острые;

прямоугольным, если один из его углов прямой;

тупоугольным, если один из его углов тупой.

На рисунке 1.12 треугольник AKB — остроугольный, треугольник CMD — прямоугольный, а треугольник PRH — тупоугольный с тупым углом R .

В зависимости от длин сторон различают следующие виды треугольников: *равносторонние, равнобедренные и разносторонние*.

Треугольник называют:

равносторонним, если все три его стороны равны;

равнобедренным, если только две его стороны равны;

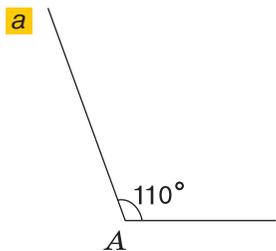
разносторонним, если все его стороны разной длины.

На рисунке 1.13 треугольник ABC — равносторонний, треугольник LMN — равнобедренный с боковыми сторонами LN и MN и основанием ML , а треугольник HDK — разносторонний.

Равные стороны и углы обозначают одинаковым числом штрихов и дуг соответственно.

Мы провели **классификацию** треугольников по углам и сторонам.

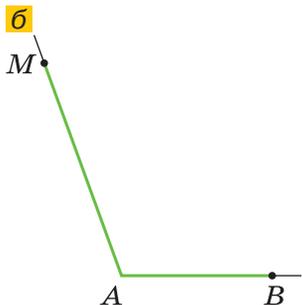
Пример 1. Используя линейку и транспортир, построим треугольник ABM , у которого угол A равен 110° , сторона AB равна 2 см, а сторона AM равна 3 см. (Говорят, построим треугольник по двум сторонам и углу между ними.)



Сначала, используя транспортир, построим угол A , равный 110° (рис. 1.14, а).

Затем с помощью линейки на сторонах угла отложим от точки A отрезок AB , равный 2 см, и отрезок AM , равный 3 см (рис. 1.14, б).

Соединим точки B и M . Получили треугольник ABM (рис. 1.14, в).



Пример 2. Используя линейку и транспортир, построим треугольник KHD , у которого угол K равен 30° , сторона KH равна 3 см, а угол H равен 80° . (Говорят, построим треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.)

Сначала, используя линейку, построим отрезок KH , равный 3 см (рис. 1.15, а).

Затем с помощью транспортира отложим от луча KH угол, равный 30° , а от луча HK — угол, равный 80° как показано на рисунке 1.15, б.

Продлим стороны углов до пересечения в точке D . Получили треугольник KHD (рис. 1.15, в).

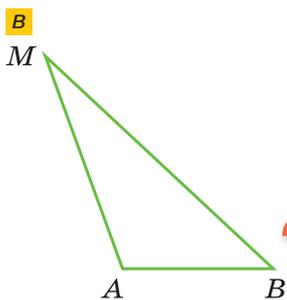


Рис. 1.14

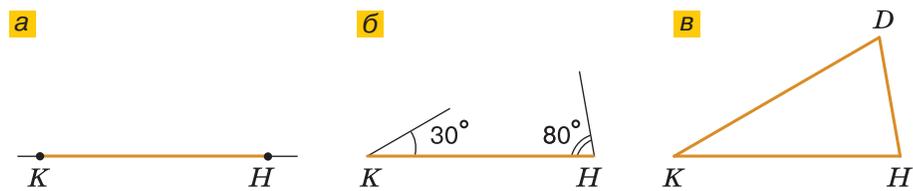


Рис. 1.15



Назовите виды треугольников при классификации их по углам.
 Назовите виды треугольников при классификации их по сторонам.
 Как построить треугольник по двум сторонам и углу между ними?
 Как построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам?



1.134 На рисунке 1.16 изображены треугольники.

- Используя чертёжный треугольник, определите и запишите виды треугольников по углам.
- Используя линейку, определите и запишите виды треугольников по сторонам.
- По результатам, полученным в пунктах а) и б), заполните таблицу на с. 34.

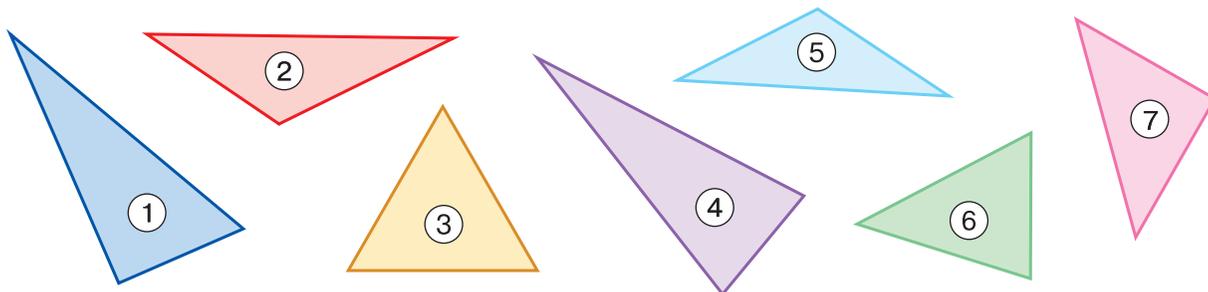


Рис. 1.16

Углы \ Стороны	Разносторонний	Равнобедренный	Равносторонний
Прямоугольный			
Тупоугольный			
Остроугольный			

- 1.135** Используя линейку и транспортир, постройте треугольник ABC , у которого:
- угол A равен 60° , а стороны AB и AC равны по 4 см;
 - угол A прямой, а стороны AB и AC равны по 5 см;
 - угол A равен 120° , а стороны AB и AC равны по 4 см.
- Какой треугольник построен? Измерьте транспортиром его углы B и C .
Какое можно сделать предположение об углах при основании равнобедренного треугольника?
- 1.136** а) Используя линейку и циркуль, постройте по алгоритму треугольник ABC , у которого сторона AB равна 5 см, сторона AC — 3 см и сторона BC — 4 см.
- Начертите отрезок AB , равный 5 см.
 - Проведите окружность с центром в точке A и радиусом 3 см.
 - Проведите окружность с центром в точке B и радиусом 4 см.
 - Обозначьте одну из точек пересечения окружностей буквой C .
 - Проведите отрезки AC и BC .
- б) Измерьте транспортиром угол C треугольника. Какой треугольник построен?
- в) Используя линейку и циркуль, постройте по алгоритму равносторонний треугольник ABC , сторона которого равна 6 см.
- 1.137** а) Постройте равнобедренный треугольник, у которого основание равно 4 см, а боковые стороны равны по 5 см.
- б) Постройте равнобедренный треугольник, у которого основание равно 4 см, а боковые стороны равны по 6 см.
- в) Можно ли построить равнобедренный треугольник, у которого основание равно 4 см, а боковые стороны равны по 2 см?
Сделайте предположение: «Сумма любых двух сторон треугольника ... третьей стороны».
- 1.138** Периметр одного треугольника в два раза больше другого. Могут ли эти треугольники быть равными?
- 1.139** Всегда ли равны треугольники, у которых равны периметры?
- 1.140** Одна сторона треугольника в два раза больше другой, а третья сторона равна 15 см. Периметр треугольника равен 42 см. Найдите стороны треугольника.
- 1.141** Могут ли стороны треугольника быть равными:
- 4 м, 4 м, 4 м;
 - 3 м, 3 см, 12 см?
- 1.142** Измерьте углы треугольника PRS на рисунке 1.17. Найдите сумму углов треугольника.
- 1.143** а) Начертите прямоугольный треугольник ABC и остроугольный треугольник XZY . Измерьте транспортиром их углы. Найдите сумму углов в этих треугольниках.
- б) Какое предположение можно сделать из решения задач 1.142 и 1.143, а?

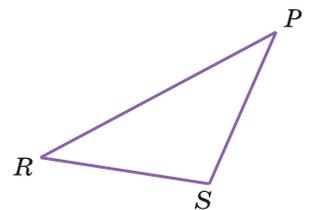


Рис. 1.17

свойство углов треугольника Сумма углов треугольника равна 180° .

- 1.144** Найдите угол треугольника, если два других угла равны 65° и 25° .
1.145 Найдите углы треугольника, если два угла равны, а третий равен 130° .
1.146 В треугольнике два угла равны, а третий угол равен 70° . Найдите углы треугольника. Рассмотрите два способа решения.



1.147 Вычислите.

- | | | | |
|------------------------|---------------|----------------------------|-------------|
| а) $0,01 + 1,1 + 0,09$ | б) $15 - 2,3$ | в) $2,5 \cdot 2,7 \cdot 4$ | г) $1 : 10$ |
| $8,1 + 2,99 + 1,01$ | $0,3 - 0,29$ | $3,9 \cdot 0,5 \cdot 2$ | $8,08 : 8$ |
| $1,88 + 3,7 + 0,12$ | $7 - 0,2$ | $1,25 \cdot 1,9 \cdot 8$ | $9 : 100$ |
| $2,8 + 1,85 + 2,15$ | $6 - 2,75$ | $4 \cdot 5,6 \cdot 0,25$ | $6,73 : 10$ |
| $1,07 + 0,88 + 1,93$ | $16,4 - 4$ | $0,5 \cdot 30 \cdot 0,1$ | $0,3 : 0,1$ |

1.148 Существуют ли натуральные значения c , при которых произведение $31c$ является простым числом?

1.149 Может ли выражаться простым числом периметр или площадь прямоугольника, стороны которого выражены натуральными числами?

1.150 Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

- | | |
|--|--|
| а) $14 \cdot 0,76$ и $(14 \cdot 76) : 100$; | в) $0,6 \cdot 0,2$ и $(6 \cdot 2) : 100$; |
| б) $340 \cdot 0,02$ и $(340 \cdot 2) : 10$; | г) $1,234 : 0,02$ и $123,4 : 0,2$. |

1.151 Фермер посадил на поле прямоугольной формы свёклу. Длина поля равна $73,4$ м, что в полтора раза больше его ширины. Сколько свёклы фермер собрал с поля, если урожайность равна $2,25$ ц с одного ара. Запишите полученный ответ в тоннах и килограммах.

1.152 Масса ведра с водой равна $12,5$ кг. После того как из ведра вылили половину воды, масса оставшейся воды с ведром стала $6,5$ кг. Найдите массу пустого ведра.

1.153 Решите уравнение:

- | | | |
|--|--|--|
| а) $x + 2\frac{3}{16} = 3\frac{1}{8}$; | в) $\frac{2}{9} : x = \frac{7}{18}$; | д) $x : \left(1\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) = \frac{9}{38}$; |
| б) $x - 1\frac{3}{4} = 2\frac{11}{12}$; | г) $\frac{3}{5} \cdot x = \frac{6}{7}$; | е) $\left(8\frac{1}{2} - 7\frac{1}{4}\right) \cdot x = \frac{5}{12}$. |



1.154 Нарисуйте треугольник:

- | | |
|--------------------|------------------------------------|
| а) прямоугольный; | е) разносторонний; |
| б) остроугольный; | ж) тупоугольный и равнобедренный; |
| в) тупоугольный; | з) остроугольный и равнобедренный; |
| г) равносторонний; | и) прямоугольный и равнобедренный. |
| д) равнобедренный; | |

1.155 Используя линейку и транспортир, постройте треугольник MNK , у которого:

- а) угол M равен 90° , сторона MN равна 7 см и MK равна 5 см;
 б) угол M равен 60° , а стороны MN и MK равны по 6 см;
 в) угол M равен 135° , а стороны MN и MK равны по 4 см.
 Определите вид треугольников.

- 1.156** Используя линейку и транспортир, постройте треугольник MNK , у которого:
 а) угол M равен 90° , сторона MN равна 7 см и угол K равен 40° ;
 б) угол M равен 60° , сторона MN равна 7 см и угол K равен 60° ;
 в) угол M равен 30° , сторона MN равна 7 см и угол K равен 30° .
 Определите вид треугольников.
- 1.157** Найдите периметр треугольника со сторонами 6,1 см, 5,7 см, 10,2 см.
- 1.158** Найдите периметр треугольника ABC , если сторона AB равна 18 см, сторона AC в два раза больше стороны AB , а сторона BC на 10 см меньше стороны AC .
- 1.159** Найдите сторону равностороннего треугольника, если его периметр равен 6,09 дм.
- 1.160** В треугольнике KLM угол KLM равен 80° , а угол MKL в 4 раза меньше. Найдите угол KML .
- 1.161** В треугольнике ABC угол A в 2 раза больше угла B и на 20° меньше угла C . Найдите углы треугольника ABC .
- 1.162** Найдите корень уравнения:
 а) $\left(2 - 1\frac{2}{3}\right) \cdot x = \frac{5}{9}$; б) $x : \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right) = \frac{9}{35}$.
- 1.163** Вычислите:
 а) $51 - (3,75 : 3 + 86,45 : 24,7) \cdot 2,4$; б) $(650\,000 : 3125 - 196,5) \cdot 3,14$.



Вы познакомились с различными фигурами: отрезком, углом, многоугольником, прямоугольником, треугольником, параллелепипедом, окружностью, кругом. Эти фигуры называются *геометрическими*, а наука, которая изучает их свойства, называется *геометрией*.

Геометрия (от греч. *гео* — земля, а *метрео* — измерять) зародилась в древности. Более 4 тыс. лет назад в Вавилоне, Китае, Египте уже существовали начальные знания о геометрических фигурах, которые получали опытным путём. Возникла потребность в измерении расстояний, размеров участков земли, объёмов некоторых материалов, продуктов и товаров. Стены первых значительных сооружений нужно было возводить под прямым углом, чтобы они не рушились. Необходимость измерять промежутки времени требовала систематического наблюдения за движением светил и, значит, измерения углов. Эти знания передавали от поколения к поколению в виде правил и рецептов.

Например, в долине реки Нил в Египте и в районах рек Тигр и Евфрат в Вавилоне ежегодно после разлива рек требовалось восстанавливать границы участков и уточнять их площади для сбора налогов. Греческий историк Геродот, живший около 2500 лет назад, писал, что Сесострис (египетский царь) произвёл деление земель, отмерив каждому египтянину участок по жребию, и сообразно этим участкам с их владельцев ежегодно взимал налоги.

Единственным первоисточником, дошедшим до нас и показывающим уровень познаний египтян в области геометрии, является папирус Ахмеса (2000—1700 гг. до н. э.). Этот папирус содержит задачи и их решения, большинство из которых относится к арифметике, а меньшая часть — к геометрии. Геометрические задачи почти все связаны с измерением площадей прямолинейных фигур и круга.

Греческие учёные не только усвоили достижения египтян, но и узнали много новых свойств геометрических фигур. В Древней Греции 2500 лет назад геометрия стала наукой, а не только использовалась для измерения земли. Древнегреческий учёный Аристотель ввёл для науки об измерении земли новое название — *геодезия* (деление земли).

5. Понятие множества

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- множество
- пустое множество
- элемент множества
- подмножество
- пересечение множеств
- объединение множеств

Отметим на координатной прямой числа от 0 до 9:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Получим множество однозначных чисел. Обозначим его буквой A . Вообще множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита. **Множество** A записывают с помощью фигурных скобок так:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Каждое из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 принадлежит множеству $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Никакое другое число этому множеству не принадлежит.

Множество натуральных чисел, расположенных на координатной прямой между числами 1 и 3, состоит только из одного числа 2. Это множество обозначают $\{2\}$.

Множество натуральных чисел, расположенных между числами 1 и 2, не содержит ни одного числа. Такое множество называют **пустым множеством**. Пустое множество обозначают знаком \emptyset .

Множества могут состоять не только из чисел, но также из точек, фигур, людей, городов и т. д. В жизни различные множества называют по-разному: группа людей, стая птиц, колонна грузовиков.

Каждый предмет, входящий в множество, называют **элементом множества**. Множество однозначных чисел состоит из следующих элементов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. В множестве материков содержатся элементы: Евразия, Африка, Северная Америка, Южная Америка, Австралия и Антарктида.

Фигурные скобки используются для записи множества с любыми элементами. Запишем множество планет Солнечной системы: {Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун}.

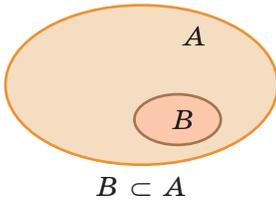
Элементы множества можно записывать в любом порядке. Например: $\{25, 35, 15\}$ и $\{35, 15, 25\}$ — это одно и то же множество, состоящее из чисел 15, 25, 35:

$$\{25, 35, 15\} = \{35, 15, 25\}.$$

Чтобы записать, что элемент входит в данное числовое множество, используют специальный символ принадлежности \in . С его помощью утверждение: «Число 9 принадлежит множеству A » — можно записать так: $9 \in A$.

Если число не принадлежит данному множеству, то для записи этого факта используют перечёркнутый знак принадлежности. Например, $14 \notin A$.

Множества могут состоять из разного количества элементов. Например, множество натуральных чисел \mathbf{N} состоит из бесконечного числа элементов, множество Z естественных спутников Земли состоит из одного элемента: $Z = \{\text{Луна}\}$,



$$B \subset A$$

Рис. 1.18

а множество натуральных чисел, меньших 1, не содержит ни одного элемента.



В множестве, имеющем несколько элементов, можно выделить некоторую часть и составить из неё новое множество. Например, из множества однозначных чисел A можно выделить множество чётных однозначных чисел и обозначить его B :

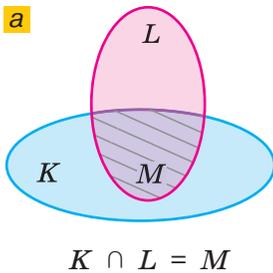
$$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}.$$

Часть данного множества называют **подмножеством**. В приведённом примере множество B является подмножеством множества A . Записать это утверждение с помощью букв и символов можно так:

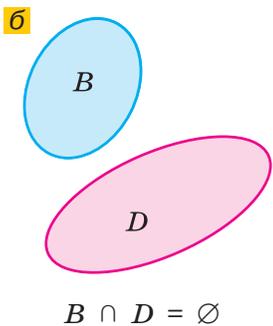
$$B \subset A.$$

Схематично подмножество множества можно изобразить так, как на рисунке 1.18.

Пустое множество является подмножеством любого множества.



$$K \cap L = M$$



$$B \cap D = \emptyset$$

Рис. 1.19

Рассмотрим два множества:

$$K = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\} \text{ и } L = \{5, 10, 15, 20, 25\}.$$

Только числа 10 и 20 входят в оба множества, т. е. составляют общую часть двух множеств. Множество $M = \{10, 20\}$ называют **пересечением** множеств K и L . Пересечение множеств записывают так:

$$K \cap L = M.$$

Символ \cap читают как «пересечение».

Пересечение множеств можно изобразить схематично так, как на рисунке 1.19, а.

Пересечение множеств может не содержать ни одного элемента, т. е. являться пустым множеством. Например, пересечение множества $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ с множеством $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ является пустым множеством (рис. 1.19, б). С помощью символьной записи это можно записать так:

$$B \cap D = \emptyset.$$

Если объединить множества $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ и $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, получится множество однозначных чисел, которое мы обозначили буквой A . Таким образом, **объединение** множеств B и D есть множество A . С помощью символьной записи этот факт можно записать так:

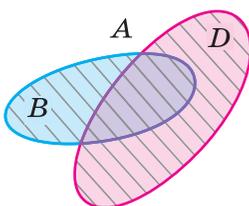
$$B \cup D = A,$$

где символ \cup читают как «объединение».

Схематично объединение множеств можно изобразить так, как на рисунке 1.20.



Изображённые схематически соотношения между множествами позволяют упростить решение некоторых задач.



$$B \cup D = A$$

Рис. 1.20

Задача. Из 46 учащихся 6 класса 29 человек посещают спортивные секции, 21 — кружок по математике, а 11 человек посещают и кружок по математике, и спортивные секции. Сколько человек не увлекаются ни математикой, ни спортом?

Решение. Множество учащихся, увлекающихся математикой, обозначим буквой M , а множество учащихся, увлекающихся спортом — буквой C . Увлекаются и математикой, и спортом 11 человек, поэтому в пересечении множеств M и C пишем 11 (рис. 1.21). Тогда только математикой занимаются $21 - 11 = 10$ (человек), а только спортом — $29 - 11 = 18$ (человек). Узнаем, сколько человек увлекаются математикой и спортом: $10 + 11 + 18 = 39$ (человек). Значит, не увлекаются ни математикой, ни спортом $46 - 39 = 7$ (человек).

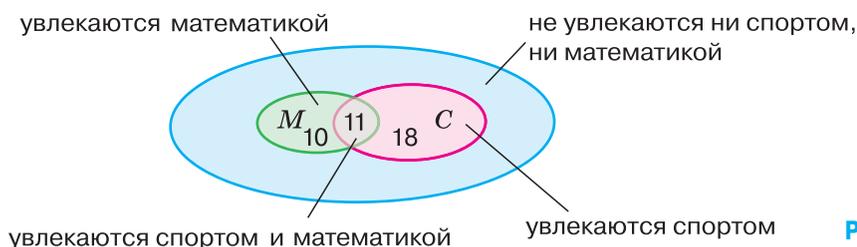


Рис. 1.21

- ?** Приведите примеры числовых множеств; нечисловых множеств. Что такое элемент множества? Сколько элементов может содержать множество? Приведите примеры бесконечных множеств. Что такое пустое множество? Как его обозначают? Что такое подмножество; пересечение множеств; объединение множеств?

К

1.164 Приведите примеры нечисловых множеств, связанных: а) с неживой природой; б) с бытом людей; в) с живой природой; г) с человеческим обществом.

1.165 Найдите обобщающее слово, которым можно назвать множество:

- а) птиц; б) овец; в) лошадей; г) коров.

1.166 Запишите числовое множество, состоящее из всех двузначных чисел:

- а) от 40 до 50 включительно;
 б) которые делятся на 9 без остатка;
 в) запись которых состоит из двух одинаковых цифр;
 г) в запись которых входит цифра 2.

В 1.167 Составьте множество всех трёхзначных чисел, запись которых состоит:

- а) из цифр 2, 4, 7 без повторений;
 б) из цифр 0, 5, 9 с возможным повторением.

1.168 Запишите множество:

- а) всех правильных дробей со знаменателем 6;
 б) всех неправильных дробей с числителем 5.

1.169 Дано множество $X = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$. Верно ли, что:

- а) $0,3 \in X$; б) $0,21 \in X$; в) $0,60 \in X$; г) $1,0 \notin X$?

- 1.170** Дано множество $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$. Составьте его подмножество B , элементами которого являются все:
- а) числа, которые делятся на 10; в) однозначные числа;
 б) нечётные числа; г) числа, бóльшие 50.
- 1.171** Запишите множество всех натуральных чисел, на которые делится число:
- а) 6; б) 12; в) 15; г) 2.
- 1.172** Составьте множество A всех натуральных чисел, на которые делится без остатка число 20, и множество B всех натуральных чисел, на которые делится без остатка число 30. Найдите пересечение и объединение множеств A и B .
- 1.173** Составьте множество A всех натуральных чисел, на которые делится без остатка число 9, и множество B всех натуральных чисел, на которые делится без остатка число 8. Найдите пересечение и объединение множеств A и B .
- В1.174** Запишите множество A всех двузначных чисел, которые делятся без остатка на число 15, и множество B всех двузначных чисел, которые делятся без остатка на число 10. Найдите пересечение и объединение множеств A и B .
- 1.175** На соревнованиях шестиклассников пришли родители: 27 пап и 39 мам. У скольких учащихся пришли мама с папой вместе, если в соревнованиях принимали участие 53 ученика и у каждого учащегося пришёл хотя бы один из родителей?
- 1.176** При опросе 100 учеников выяснилось, что у 33 из них есть брат, у 54 — сестра, а у 37 учеников нет ни брата, ни сестры. У скольких учеников есть и брат, и сестра?


П

1.177 Вычислите.

$\begin{array}{r} 1 - 0,2 \\ \cdot 10 \\ : 40 \\ + 3,8 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} б) 4,9 + 1,4 \\ : 3 \\ + 3,9 \\ : 12 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} в) 0,4 \cdot 20 \\ : 0,2 \\ : 100 \\ + 2,6 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} г) 63 : 90 \\ + 0,5 \\ \cdot 4 \\ - 0,9 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} д) 15 : 2,5 \\ + 2,1 \\ : 2,7 \\ - 0,6 \\ \hline ? \end{array}$
---	---	---	--	---

1.178 Выполните действия:

1) $18\,408 : (268 \cdot 75 - 19\,746) + 959$; 2) $(86 \cdot 217 + 275\,116) : 859 + 279\,569$.

1.179 Найдите значение выражения:

а) $85 + 203x + 102x + 91$, $x = 76$; 201; б) $79y - (23y - 15y)$, $y = 15$; 309.

1.180 На лесоперерабатывающем предприятии по заказу было изготовлено 150 м^3 пиломатериалов: бруса, половой доски и вагонки. При этом бруса было изготовлено 72 м^3 , половой доски — 45 м^3 . Сколько кубометров вагонки было изготовлено?

1.181  Длины двух сторон четырёхугольника составляют $\frac{3}{11}$ и $\frac{4}{11}$ его периметра, а сумма длин этих сторон равна 28 см. Найдите периметр четырёхугольника.

1.182  Найдите значение выражения:

а) $((3,2 + 0,32) : 0,1 - (50 - 7,2) \cdot 0,1) \cdot 100$;
 б) $((4,3 - 1,08) : 0,1 + (40 - 8,4) \cdot 0,1) \cdot 100$.

1.183  За 14 дней завод изготовил 560 стиральных машин, а в следующие 6 дней стал выпускать на 5 машин в день больше. Сколько машин выпустил завод за 20 дней?

В1.184 В классе 7 человек хорошо умеют плавать. Сколькими способами из них можно отобрать трёх человек для участия в школьных соревнованиях?

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. Расход топлива у автобуса был 33 л на 100 км. После регулировки двигателя расход уменьшился на 10 %. Найдите расход топлива после регулировки.
2. Банк начисляет вкладчику 6 % годовых ежегодно на всю сумму денег на вкладе. Вкладчик положил на счёт 30 000 р. и не снимал деньги со счёта в течение трёх лет и не брал процентные начисления. Сколько денег было на счёте вкладчика через год; через три года?
3. В таблице представлены цены на одни и те же продукты в трёх магазинах.

Название магазина	Цена товара, р.		
	Хлеб, 1 батон	Молоко, 1 пакет	Сыр, 1 упаковка
«По соседству»	37	85	144
«По пути»	35	94	150
«Рядом с домом»	34	90	140

В каком магазине стоимость покупки упаковки сыра, двух батончиков и трёх пакетов молока будет наименьшей и чему она будет равна, если на покупки в магазине «По соседству» имеется скидка 5 % по дисконтной карте, а в магазине «По пути» проходит акция: при покупке двух пакетов молока третий бесплатно?

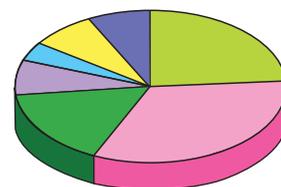
4. Холодильник стоил 30 600 р. В мае цена холодильника была снижена на 20 %, а в декабре — ещё на 5 %. Какой стала стоимость холодильника в декабре?
5. В начале года тариф на электроэнергию составлял 1,47 р. за 1 кВт·ч. В середине года он увеличился на 15 %, а в конце года ещё на 5 %. Как вы считаете, увеличился ли тариф на 20 %; менее чем на 20 %; более чем на 20 %?
6. В школу привезли мебель. Рост учеников 6 класса в сантиметрах записали так:

143 150 132 142 142 165 137 145 146 138 155 151 139 151 144
 147 162 159 155 137 138 142 156 153 146 144 152 139 140 155
 160 139 143 157 162 158

Составьте частотную таблицу роста учеников. Используя таблицу ниже, и составьте заказ мебели для класса.

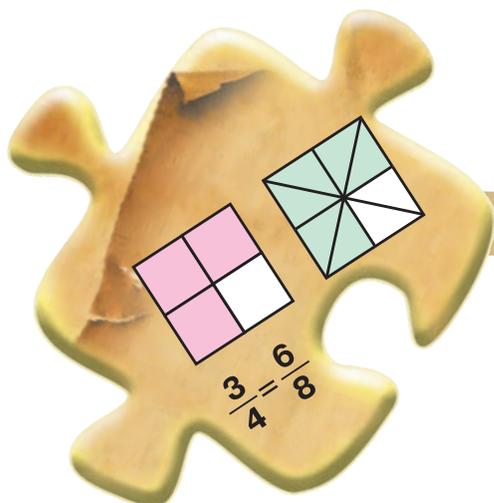
Рост ученика, см	130—145	145—160	160—175
Высота стола, см	58	64	76
Высота сиденья, см	34	38	46

7. 1) На круговой диаграмме (рис. 1.22) показано использование свободного времени за неделю шестиклассником Димой. Определите:
 - а) на что он тратит меньше всего времени;
 - б) сколько процентов свободного времени Дима тратит на компьютерные игры.
 2) Нужно ли что-то изменить Диме в распределении свободного времени?
 3) Составьте диаграмму использования своего свободного времени за неделю и проанализируйте её.



- Телевизор
- Компьютерные игры
- Спорт
- Кружки
- Помощь по дому
- Прогулки
- Чтение

Рис. 1.22



§ 2. Действия со смешанными числами

6. Разложение числа на простые множители

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- составное число
- простое число
- разложение числа на простые множители
- контрпример

Напомним, что натуральное число называют **простым**, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

Натуральное число, которое имеет более двух делителей, называют **составным**.

У числа 1 только один делитель — само это число, поэтому оно не является ни составным, ни простым числом.

Вот первые десять простых чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Число 2 — наименьшее простое число. Оно единственное чётное простое число, все остальные простые числа — нечётные. Число 90 — составное: оно делится не только на 1 и 90, но и, например, на 5, т. е. $90 = 5 \cdot 18$. Говорят, что число 90 **разложено на множители** 5 и 18.

Любое составное число можно разложить на множители, каждый из которых больше 1. Простое число нельзя разложить на множители, каждый из которых больше 1.

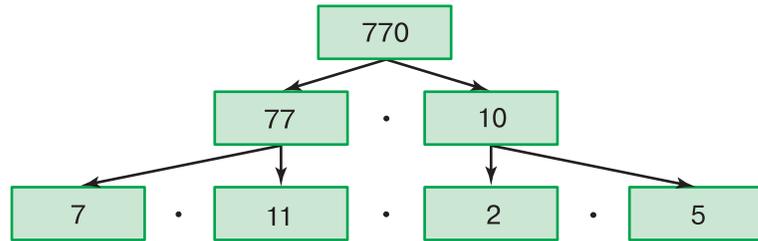
Определить, является ли число простым или составным, бывает сложно, например 827 и 837. Таблица, в которой записаны все простые числа первой тысячи, приведена на второй стороне обложки.

Любое составное число можно разложить на простые множители.

Например, число 770 — произведение чисел 77 и 10: $77 \cdot 10 = 770$. Но числа 77 и 10 тоже составные, и их также можно представить в виде произведений: $77 = 7 \cdot 11$ и $10 = 2 \cdot 5$. Получим

$$770 = 7 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5.$$

В правой части равенства все множители — простые числа. Число 770 разложено на простые множители:



На простые множители разложить 770 можно и так:

$$770 = 70 \cdot 11 = 7 \cdot 10 \cdot 11 = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11.$$

В этом разложении те же простые множители, но записанные в другом порядке.

Обычно записывают множители в порядке их возрастания:

$$770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11.$$

Представление числа в виде произведения его простых делителей называют **разложением числа на простые множители**.

Любое составное число можно разложить на простые множители. В таком разложении может быть только разный порядок записи множителей.



Признаки делимости помогают при разложении числа на простые множители. Разложение на простые множители удобно записывать с помощью вертикальной черты.

Пример. Разложим на простые множители число 660.

Проведём вертикальную черту и слева запишем делимое 660.

	660		2	
	330		2	
	165		3	
	55		5	
	11		11	
	1			

1) Число 660 оканчивается чётной цифрой и потому делится на 2: $660 : 2 = 330$. Справа от черты запишем делитель 2, а под делимым 660 запишем частное 330.

2) Число 330 тоже делится на 2: $330 : 2 = 165$. Опять запишем справа 2, а слева 165.

3) Число 165 делится на 3, так как сумма цифр 12 делится на 3: $165 : 3 = 55$.

4) Число 55 делится на 5, так как оканчивается цифрой 5: $55 : 5 = 11$.

5) Простое число 11 делится само на себя: $11 : 11 = 1$.

Разложение закончено:

$$660 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11.$$



Какие натуральные числа называют простыми; составными?

Какое простое число наименьшее?

Какое натуральное число не является ни простым, ни составным? Назовите простые числа, меньшие 20.

Что называют разложением числа на простые множители?

Все ли составные числа можно разложить на простые множители?

К

- 2.1 Назовите делители чисел 37, 35, 99.
- 2.2 Используя таблицу простых чисел, определите, какие из чисел 107, 123, 367, 409, 531, 557, 853, 977 являются простыми.
-  2.3 Числа 2876, 4500, 777 777, 595 599 — составные. Докажите это утверждение.
- 2.4 Может ли произведение двух простых чисел быть простым числом?
- 2.5 Каким числом может быть выражена площадь квадрата, если его сторона выражена натуральным числом?
- 2.6 Каким числом может быть выражен объём куба, если его ребро выражено натуральным числом?
- 2.7 Число a делится: а) на 7; б) на 12. Какое это число: простое или составное?
-  2.8 Разложите на два множителя числа:
а) 44 и 333; б) 98 и 453; в) 156 и 225.
- 2.9 а) Сколькими способами можно разложить на два множителя число: 20; 46; 77?
б) Какими могут быть размеры теплицы площадью 24 м^2 , если они выражены натуральными числами?
- 2.10 Все ли чётные числа являются составными?

контрпример

Пример, опровергающий верность некоторого утверждения, называют **контрпримером**.

- 2.11 С помощью *контрпримера* опровергните утверждение:

- а) любое число, оканчивающееся цифрой 7, является простым;
б) сумма любых двух простых чисел есть простое число.

- 2.12 Найдите произведение простых чисел:

- а) 37 и 3; б) 7, 11 и 13; в) 11 и 101.

- 2.13 Используя результаты, полученные в предыдущем задании, вычислите:

- а) $101 \cdot 3 \cdot 37$; в) $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$;
б) $7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 101$; г) $3 \cdot 37 \cdot 11 \cdot 101$.

- 2.14 Разложите на простые множители числа:

- а) 108, 225, 270, 512, 945, 1024;
б) 90, 180, 270, 350, 450, 1350, 4500;
в) 13, 2002, 1225, 14 014, 90 720.

- 2.15 Напишите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит из двух или трёх одинаковых множителей. Как называют эти числа?

-  2.16 Напишите все двузначные числа, в разложении которых два различных простых множителя и один из них равен:

- а) 7; б) 19; в) 29; г) 43.

-  2.17 Делится ли число n на число m нацело, если:

- а) $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ и $m = 2 \cdot 2 \cdot 7$;
б) $n = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 17$ и $m = 2 \cdot 3 \cdot 5$;
в) $n = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ и $m = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19$;
г) $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ и $m = 35$;
д) $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ и $m = 308$;
е) $n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ и $m = 1000$?

П

2.18 Вычислите.

- | | | | |
|------------------|-----------------|----------------|---------------------------------|
| а) $4,78 + 5,22$ | б) $0,7 - 0,03$ | в) $5,7 : 100$ | г) $0,29 \cdot 0,2 \cdot 5$ |
| $5,7 + 0,03$ | $1 - 0,36$ | $4 : 10$ | $4,2 \cdot 1,5 - 3,2 \cdot 1,5$ |
| $9,21 + 2,09$ | $3 - 2,09$ | $68 : 1000$ | $4 \cdot 12,5 \cdot 2,5$ |
| $8,37 + 1,63$ | $1,78 - 0,6$ | $5,7 : 0,01$ | $4,8 \cdot 6,2 + 3,8 \cdot 4,8$ |



2.19 а) Выразите в процентах число: 0,003; 0,02; 0,37; 0,7; 1; 3.

б) Выразите десятичной дробью: 3%; 7%; 10%; 20%; 50%; 74%; 100%; 140%.

2.20 Найдите удобным способом значение выражения:

а) $(a + b) + c$ при $a = 498$, $b = 317$, $c = 383$;

б) $a - (b + c)$ при $a = 51,9$, $b = 31,7$, $c = 1,9$.

2.21 Одно измерение параллелепипеда равно 20 см, а два других выражаются произвольными натуральными числами сантиметров. Будет ли объём этого параллелепипеда всегда выражаться числом, кратным: а) 2; б) 3; в) 4; г) 5; д) 6?

В

2.22 *Разбираемся в решении.* Сколько чётных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 5, 7, 8, 9, если цифры повторяются?

Решение. На первом месте в записи числа может стоять любая цифра, кроме нуля, — 4 варианта. На втором и на третьем местах может стоять любая из данных пяти цифр — ещё по 5 вариантов. На последнем месте может стоять только одна из двух цифр: 0 или 8, так как число чётное. Получаем ещё два варианта.

Значит, из данных цифр чётных четырёхзначных чисел можно составить $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 200$ чисел.



2.23 Припишите к числу 1000 по одной цифре справа и слева так, чтобы число делилось на 2, 3, 6 и 9.

2.24 Из множества $A = \{726\ 245, 2\ 977\ 385, 4\ 224\ 423, 65\ 358, 111\ 888, 876\ 555, 909\ 237\}$ выпишите те числа, которые:

а) кратны 5;

б) кратны 3;

в) делятся без остатка на 3 и на 2;

г) кратны 9 и 5.



В предложении словосочетания « a делится на c без остатка», « a нацело делится на c », « c делитель a », « a кратно c » — означают одно и то же.

2.25 Приведите контрпример, опровергающий утверждение:

а) любое число, которое оканчивается цифрой 5, делится на 7;

б) любое число, которое делится на 7, оканчивается цифрой 7.



2.26 Поставьте вместо знака вопроса цифру так, чтобы число делилось без остатка на 3 и на 5: а) $25?5$; б) $3174?$; в) $133?$.



2.27 1) Для приготовления песочного теста потребовалось $\frac{5}{9}$ пачки сливочного масла. Сколько граммов масла потребовалось, если всего в пачке 180 г масла?

2) Для приготовления крема израсходовали $\frac{5}{8}$ упаковки сливок. Сколько граммов сливок израсходовали, если в упаковке было 600 г сливок?

В 2.28 Даша пообещала: «Я прочитаю сказку Диме и вытру пыль». Можно ли обещание считать выполненным, если Даша:

- а) вытерла пыль, но не прочитала сказку;
- б) прочитала сказку, но не вытерла пыль;
- в) и вытерла пыль, и прочитала сказку;
- г) не вытерла пыль и не прочитала сказку?

В чём сходство этой задачи с нахождением решений двойного неравенства $5 < x < 9$ среди чисел 4, 6, 8 и 10?

2.29 Найдите множество всех простых делителей числа: 64; 72; 221; 247; 7777; 7007.

2.30 Найдите простые числа, которые являются решениями двойного неравенства $28 < p < 53$.

2.31 Существуют ли среди точек A , B , C и D точки, координаты которых простые числа (рис. 2.1), если p — простое число?

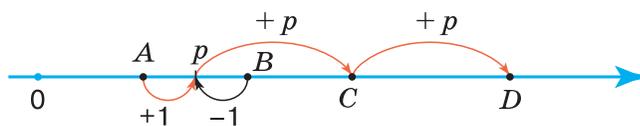


Рис. 2.1

2.32 Представьте в виде дроби со знаменателем 7 числа 5 и 14.

2.33 Вычислите значение выражения:

- а) $\frac{4}{13} + \frac{3}{13}$; в) $4\frac{3}{9} + 2\frac{1}{9}$; д) $3\frac{9}{16} + 2\frac{3}{16}$; ж) $\frac{9}{22} \cdot \frac{11}{27}$;
- б) $\frac{7}{11} - \frac{1}{11}$; г) $8\frac{4}{5} - 7\frac{2}{5}$; е) $5\frac{6}{13} - 3\frac{1}{13}$; з) $\frac{4}{27} : \frac{20}{81}$.

В 2.34 В перерыве соревнований было подано 43 порции чая, из них: 24 порции с лимоном, 29 порций с сахаром и 5 порций без лимона и без сахара. Сколько порций чая с лимоном и с сахаром было подано?

2.35 а) На сколько процентов масса апельсина меньше массы грейпфрута, если масса грейпфрута на 100 % больше массы апельсина?

б) У Саши средняя оценка по математике на 25 % выше средней оценки по математике у Коли. На сколько процентов средняя оценка по математике у Коли ниже средней оценки у Саши?

2.36 Запишите значение числового выражения, которое вычисляли на калькуляторе по следующему алгоритму:

- а) $19,3 + 8,98 \div 0,028 + 4,2 =$; б) $11,3 \cdot 2,4 + 3,9 \div 0,2 =$.

2.37 а) Найдите периметр треугольника, стороны которого равны 8 см, 11 см и a см.
б) Может ли a быть равным 1, 3 или 5?

признак делимости на 4

Полезно знать некоторые другие признаки делимости, например признак делимости на 4: если две последние цифры числа образуют число, которое делится на 4, то и само число делится на 4.

2.38 Укажите числа, которые делятся на 4:

- а) 234 856; б) 1 094 178; в) 48 954 036; г) 73 581 300.

2.39 Какие цифры можно поставить вместо знака вопроса, чтобы число делилось на 4:

- а) 45 16?; б) 37 4?2; в) 36 35?; г) 84 9?6?

2.40 Какие из чисел 3552, 4712, 6576, 4836 делятся на 3 и на 4? Как вы думаете, числа, которые делятся на 3 и на 4, делятся на 12? Ответ обоснуйте.

- 2.41** Какие из чисел 7284, 2708, 3912, 9096 делятся на 12?
2.42 Какие цифры можно поставить вместо знака вопроса, чтобы число делилось на 12:
 а) 765?; б) 3?68; в) 45?8; г) ?260?



- 2.43** 1) За два перегона поезд проехал 156,5 км. При этом первый перегон был короче второго на 17,8 км. Найдите протяжённость каждого перегона.
 2) Междугородный автобус сделал в пути одну остановку. При этом расстояние от начала маршрута до остановки оказалось на 23,7 км больше, чем остальной путь. Найдите расстояние до остановки и после неё, если протяжённость всего пути составила 142,4 км.

2.44 Выполните действия:

- 1) $0,3 \cdot (13 - 11,5 : 4,6)$; 3) $(2,4 \cdot 1,3 + 3) : 0,6$;
 2) $(13,3 : 3,8 - 3,05) \cdot 0,4$; 4) $(2,8 \cdot 3,1 - 4) : 0,4$.

Ц 2.45

Развивай воображение. Найдите кратчайший путь на поверхности куба (рис. 2.2) из точки K в точку L :

- а) который проходит через точку M ;
 б) который пересекает все горизонтальные рёбра куба, кроме ребра KL .

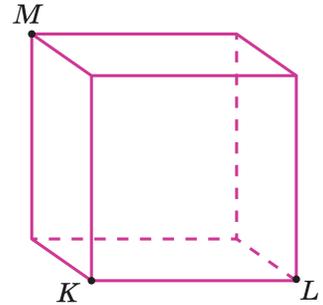


Рис. 2.2



- 2.46** Числа 1085, 20 403, 702 366, 999 123 — составные. Докажите это утверждение.
2.47 Используя таблицу простых чисел, запишите, какие из чисел 152, 169, 187, 191, 489, 499, 570, 627, 775, 937 и 999 — простые.
2.48 Найдите все делители числа 120. Подчеркните те, которые являются составными числами.
2.49 Всеми возможными способами разложите на два множителя числа 27, 46, 90.
2.50 Объём прямоугольного параллелепипеда равен 1001 см^3 . Найдите измерения параллелепипеда, если они выражаются натуральными числами и ни одно из них не равно 1 см.
2.51 В инкубатор заложили 1200 яиц. Из $\frac{23}{24}$ всех яиц вылупились цыплята. При этом оказалось, что петушки составляют $\frac{2}{5}$ всех вылупившихся цыплят. Сколько петушков и сколько курочек вылупилось из яиц?
2.52 Разложите на простые множители числа:
 а) 63, 85, 102, 132, 100 000; б) 1600, 8000, 2248, 5148.
2.53 Найдите значение выражения:
 а) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} - \frac{1}{9}$; в) $5\frac{6}{39} + 4\frac{7}{78}$; д) $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{35} \cdot \frac{10}{9}$;
 б) $\frac{6}{7} - \left(\frac{5}{7} - \frac{1}{7}\right)$; г) $7\frac{13}{15} - 3\frac{11}{30}$; е) $\left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{5}{3}$.
2.54 Цветочная клумба имеет форму прямоугольника, длина которого в 1,8 раза больше ширины. Найдите площадь цветочной клумбы, если её периметр равен 11,2 м.

- 2.55 Определите, чётным или нечётным числом будет результат действия в каждом случае (a и c — натуральные числа).

№	Множитель a	Множитель c	Произведение $a \cdot c$
1	чётный	чётный	
2	чётный	нечётный	
3	нечётный	нечётный	
4	нечётный	чётный	

- 2.56 Вычислите значение выражения:

а) $(13,815 : 4,5 - 2,3) \cdot 0,2$;
 б) $(4,6 \cdot 3,5 + 15,32) : 31,42 + (7,26 - 5,78) : 0,148$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- Выберите верные утверждения:
 - любое натуральное число, которое имеет более двух делителей, называется простым;
 - любое натуральное число, которое имеет более двух делителей, называется составным;
 - любое натуральное число, которое имеет только два делителя, называется простым;
 - любое натуральное число, которое имеет только два делителя, называется составным;
 - 1 является простым числом;
 - 1 является составным числом.
- Выпишите из чисел 1, 7, 20, 23, 31, 33, 43, 49, 60 те, которые являются:
 - простыми;
 - составными.
- Запишите все делители числа 24. Сколько среди них простых?
- Запишите все делители числа, представленного в виде произведения:
 - $2 \cdot 3 \cdot 11$;
 - $3^2 \cdot 7$.

Проверочная работа № 2

- Сколько существует простых чисел, меньших 20?
 - Сколько существует составных чисел, меньших 20?
 - Существуют ли составные нечётные числа? Если да, приведите пример.
 - Существуют ли простые чётные числа? Если да, приведите пример.
- Разложите на простые множители число:
 - 6;
 - 9;
 - 72;
 - 124.
- Найдите частное удобным способом:
 - $(3 \cdot 4 \cdot 2) : 3$;
 - $(5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2) : (5 \cdot 2 \cdot 2)$;
 - $(7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 13) : (7 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13)$.

- 4 Делится ли произведение $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ нацело на:
- а) $2 \cdot 2 \cdot 5$; в) $22 \cdot 13$; д) $4 \cdot 15 \cdot 143$;
 б) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$; г) $2^2 \cdot 7 \cdot 11^2$; е) $60 \cdot 11 \cdot 143$?
- В случае положительного ответа найдите результат деления.

Проверочная работа № 3

- 1 Найдите все простые делители числа:
- а) 45; б) 56; в) 154; г) 1395.
- 2 Для числа 512 запишите:
- а) множество A — всех простых делителей;
 б) множество B — всех составных делителей;
 в) множество C — всех чётных делителей;
 г) множество D — всех нечётных делителей;
 д) множество E — всех простых чётных делителей;
 е) множество F — всех составных нечётных делителей.
- 3 Представьте число 36 в виде произведения трёх множителей, отличных от единицы. Сколько существует таких разложений?

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- наибольший общий делитель
- взаимно простые числа

7. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Задача. В детском саду детей нарядили к празднику «Весна пришла»: 18 детей в костюмы зайчиков и 24 в костюмы белочек. На какое наибольшее число групп можно разбить детей для танца, чтобы в каждой группе было одинаковое количество «зайчиков» и «белочек»?

Решение. Число 18 и число 24 должны делиться на число групп. Поэтому выпишем все делители чисел 18 и 24.

Делители 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Делители 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Общими делителями этих чисел будут: 1, 2, 3, 6.

Самым большим из этих делителей является 6.

Детей можно разделить на 6 групп. В каждой группе будет 3 «зайчика» ($18 : 6 = 3$) и 4 «белочки» ($24 : 6 = 4$).

Ответ. 6 групп.

Число 6 называют наибольшим общим делителем чисел 18 и 24.

Наибольшим общим делителем (НОД) нескольких чисел называют наибольшее натуральное число, на которое делятся эти числа без остатка.

Например, найдём наибольший общий делитель чисел 21 и 40.

Делители числа 21: 1, 3, 7, 21.

Делители числа 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Числа 21 и 40 имеют только один общий делитель — число 1. Такие числа называют взаимно простыми.

Натуральные числа называют **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Наибольший общий делитель можно найти по-другому. Числа 18 и 24 разложим на простые множители:

$$18 = \underline{2} \cdot 3 \cdot \underline{3}, \quad 24 = \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{3}.$$

Подчеркнём множители, которые входят в разложение и первого, и второго числа. Это множители 2 и 3, и их произведение равно 6. Число 6 — наибольший общий делитель чисел 18 и 24.

Пишут: НОД (18, 24) = 6. Так же находят наибольший общий делитель нескольких чисел.

алгоритм
нахождения НОД

Чтобы найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить числа на простые множители;
- 2) подчеркнуть общие множители в каждом разложении;
- 3) найти произведение общих множителей.

Если все данные числа делятся на одно из них (делитель данных чисел), то это число и является наибольшим общим делителем этих чисел.

Например, НОД (14, 42, 84, 140) = 14, так как на 14 делятся все остальные числа: 42, 84 и 140.

- ?** Что такое наибольший общий делитель натуральных чисел? Какие числа называют взаимно простыми? Приведите примеры. Чему равен наибольший общий делитель взаимно простых чисел? Расскажите алгоритм нахождения наибольшего общего делителя нескольких натуральных чисел. Чему равен НОД двух чисел, одно из которых кратно другому?

К

2.57 Найдите все общие делители чисел:

- а) 20 и 70; б) 36, 48 и 144; в) 22 и 105.

2.58 Разложите каждое число на простые множители, подчеркните общие множители и запишите наибольшее число, на которое делятся числа каждой пары:

- а) 36 и 48; б) 84 и 96; в) 45 и 60; г) 72 и 90.

2.59 Назовите разложение на простые множители наибольшего общего делителя чисел m и n , если:

- а) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ и $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
б) $m = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ и $n = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$.

2.60 Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 42 и 63; б) 30 и 40; в) 45 и 30; г) 66 и 88.

2.61 Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 21 и 84; б) 27 и 81; в) 32 и 96; г) 75 и 300.



В словосочетаниях *общий делитель*, *наибольший общий делитель* числительные читают в родительном падеже, если перед ними нет слова *чисел*, а если есть слово *чисел*, то в винительном падеже:

Р. п. Р. п.

- шесть — общий делитель двенадцати и двадцати четырёх; В. п.
- число шесть — наибольший общий делитель чисел двенадцать и двадцать четыре. В. п.

2.62 Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби:

а) $\frac{324}{432}$; б) $\frac{225}{275}$; в) $\frac{414}{504}$; г) $\frac{575}{825}$.

2.63 Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 45, 60 и 105; в) 108, 72 и 96;
б) 162, 222 и 432; г) 240, 480 и 720.

2.64 Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 35 и 39; б) 79 и 97; в) 44, 21 и 5; г) 15, 26 и 77.

2.65 Укажите взаимно простые числа:

а) 45 и 50; б) 99 и 40; в) 15, 30, 47; г) 249 и 310.

2.66 Среди чисел 6, 15, 30 и 77 найдите все пары взаимно простых чисел.

2.67 Найдите все правильные дроби, знаменатель которых равен 16, а числитель и знаменатель — взаимно простые числа.



2.68 В магазине помидоры и огурцы расфасовали в одинаковые упаковки, сделав ассорти.

- а) Какое наибольшее число таких упаковок получилось из 84 помидоров и 112 огурцов?
б) Сколько помидоров и сколько огурцов было в каждой упаковке?

2.69 В спортивных соревнованиях приняли участие 108 мальчиков и 144 девочки. И мальчиков, и девочек разбили на группы с одинаковым количеством человек в каждой группе. Какое наибольшее количество человек могло быть в каждой группе? Сколько получилось групп мальчиков и групп девочек?



2.70 Вычислите.

а) $0,75 - 0,7$	б) $1 - 0,25$	в) $0,9 - 0,09$	г) $23,9 - 3,9$
$\cdot 20$	$\cdot 2$	$: 9$	$\cdot 0,15$
$- 0,2$	$: 0,3$	$+ 0,6$	$- 0,8$
$: 0,4$	$- 0,05$	$\cdot 10$	$: 0,1$
_____ ?	_____ ?	_____ ?	_____ ?

2.71 Определите с помощью линейки, какими числами (простыми или составными) являются натуральные числа a , b и c на рисунке 2.3. Запишите координаты точек K , N , D , M .

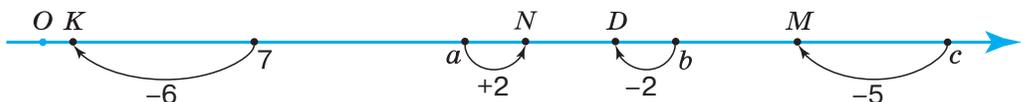


Рис. 2.3

2.72 Существует ли куб, у которого выражаются простыми числами ребро и:
а) сумма всех рёбер; б) площадь поверхности?

2.73 Разложите на простые множители числа:

а) 525, 2310 и 3750; б) 1029, 9375 и 19683.

2.74 Разложение одного числа состоит из двух простых множителей, а другого — из трёх простых множителей. Могут ли эти числа быть равными?

2.75 Существуют ли четыре таких различных простых числа, что произведение двух из них равно произведению двух других?

В 2.76 а) Сколькими способами могут разместиться 9 зрителей домашнего спектакля на девяти стульях?

б) Сколькими способами могут разместиться зрители на этих стульях, если один из них пойдёт помогать артистам?

2.77 Выполните действия:

а) $(2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11) : (5 \cdot 11)$; б) $(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13) : (2 \cdot 5 \cdot 13)$; в) $(2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19) : (5 \cdot 7)$; г) $(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 23) : (3 \cdot 7 \cdot 17)$.

2.78 Сравните числа:

а) $\frac{7}{9}$ и $\frac{2}{9}$; б) $\frac{11}{23}$ и $\frac{8}{23}$; в) $1\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{5}$; г) $4\frac{1}{5}$ и $3\frac{4}{7}$.

2.79 Используя транспортир, постройте $\angle KLM = 65^\circ$ и $\angle PRS = 170^\circ$.

2.80 1) Развёрнутый угол AOB разделён на два угла: AOC и COB . Чему равны эти углы, если угол COB в 5 раз больше угла AOC ? Постройте эти углы.

2) Развёрнутый угол COD разделён на два угла: COF и FOD . Чему равны эти углы, если угол FOD в 3 раза меньше угла COF ? Постройте эти углы.

2.81 1) На молокозаводе было 960 л молока. Из $\frac{7}{16}$ всего молока приготовили творог, $\frac{5}{9}$ оставшегося молока переработали на сливки, а остальное молоко разлили в бутылки по 1,5 л и отправили в магазин. Сколько бутылок молока отправили в магазин?

2) В плодоводческом хозяйстве собрали 720 ц вишни. Из $\frac{5}{12}$ всей вишни сварили варенье, $\frac{9}{14}$ оставшейся вишни переработали на сок, а остальную вишню расфасовали в ящики по 7,5 кг и отправили на продажу. Сколько ящиков вишни отправили на продажу?

2.82 Числа 0,7; 0,29; 0,2 представьте в виде обыкновенной дроби, а числа $\frac{7}{8}$, $3\frac{1}{2}$, $6\frac{12}{25}$ — в виде десятичной дроби.

2.83 Запишите числа в виде десятичной дроби и найдите сумму:

а) $\frac{4}{5} + \frac{1}{4}$; б) $2\frac{22}{25} + 3\frac{3}{4}$.

Образец:

7	=	2	+	2	+	3
4	=	2	+	2		

Ц 2.84 *Развивай мышление.* Представьте в виде суммы с наименьшим числом простых слагаемых (слагаемые могут повторяться) числа:

а) нечётные, большие 5, но меньше 20;

б) чётные, большие 2, но меньше 20.

Сформулируйте предположения о представлении чисел в виде суммы простых слагаемых.

Д

- 2.85** Найдите НОД (a , b), если:
- а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$;
 б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$.
- 2.86** Найдите наибольший общий делитель чисел:
- а) 975 и 750; в) 80, 140 и 56;
 б) 572 и 440; г) 170, 306 и 255.
- 2.87** Являются ли числа 675 и 896 взаимно простыми?
- 2.88** Сократите дробь:
- а) $\frac{12}{18}$; б) $\frac{24}{36}$; в) $\frac{72}{90}$; г) $\frac{28}{128}$.
- 2.89** Проведите луч BC и постройте $\angle ABC = 80^\circ$ и $\angle DBC = 60^\circ$. Найдите угол ABD . Проверьте ответ с помощью транспортира. Сколько решений имеет задача?
- 2.90** На трёх факультетах колледжа обучаются 540 человек. При этом на факультете менеджмента обучается впятеро, а на юридическом — втрое больше студентов, чем на финансово-экономическом факультете. Сколько человек обучаются на каждом факультете?
- 2.91** Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 81 см, а одна из его сторон составляет $\frac{2}{9}$ периметра.
- 2.92** Запишите в виде обыкновенной дроби числа 0,5; 0,24; 0,75.
- 2.93** Запишите в виде десятичной дроби числа $\frac{1}{5}$; $\frac{11}{125}$; $\frac{8}{20}$; $5\frac{1}{2}$.
- 2.94** Вычислите:
- а) $78,9 + (65,65 - 5,5 \cdot (54,54 : 5,4)) \cdot 1,3$;
 б) $36,9 + (76,76 - 6,6 \cdot (95,95 : 9,5)) \cdot 27,4$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Какие из данных чисел являются взаимно простыми:

а) 12 и 15; в) 25 и 30;
 б) 29 и 34; г) 72 и 73?
- Даны разложения на простые множители двух чисел:

$$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \text{ и } 2 \cdot 7 \cdot 11.$$
 Найдите их наибольший общий делитель.
- Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 34 и 56; в) 102 и 204;
 б) 45 и 65; г) 1005 и 960.
- Разложите на простые множители числа 1440 и 240. Во сколько раз 1440 больше 240?
- Дана правильная дробь $\frac{m}{15}$. Найдите все значения m такие, чтобы числитель и знаменатель дроби были взаимно простыми.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- наименьшее общее кратное

8. Наименьшее общее кратное натуральных чисел

Задача. Дима покупал пирожки с яблоками по 45 р., а Витя — с мясом по 60 р. Какую наименьшую сумму должен заплатить каждый мальчик, чтобы расходы ребят были одинаковыми?

Решение. Так как мальчики заплатили одинаковую сумму за покупку, то эта сумма должна делиться без остатка и на 45, и на 60, т. е. должна быть кратной и 45, и 60.

Выпишем числа, кратные 45 и 60.

Кратные 45: 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315, 360, 405, ...

Кратные 60: 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, ...

Общими кратными чисел 45 и 60 будут числа 180, 360, ...

Наименьшим из них является 180.

Следовательно, наименьшее потраченное на покупку пирожков количество денег — 180 р. На эти деньги Дима купил 4 пирожка ($180 : 45 = 4$), а Витя — 3 пирожка ($180 : 60 = 3$).

Ответ. 180 р.

Число 180 называют наименьшим общим кратным чисел 45 и 60.

Наименьшим общим кратным (НОК) нескольких натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел.

Наименьшее общее кратное чисел 45 и 60 можно найти по-другому. Для этого числа 45 и 60 разложим на простые множители:

$$\begin{aligned} 45 &= 3 \cdot 3 \cdot 5, \\ 60 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5. \end{aligned}$$

Выпишем все множители из разложения большего из этих чисел. Для того чтобы произведение $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ делилось на 45, добавим к нему недостающий множитель 3 из разложения числа 45.

Получим:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 180.$$

Это число является наименьшим общим кратным чисел 45 и 60.

Так же находят наименьшее общее кратное нескольких чисел.

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить числа на простые множители;
- 2) выписать множители из разложения большого из чисел;
- 3) добавить к ним недостающие множители из разложений остальных чисел;
- 4) найти произведение этих множителей.

Если одно из данных чисел делится на все остальные числа, то их наименьшее общее кратное равно этому числу.

Например, НОК (8, 16, 40, 80) = 80, так как 80 делится на все данные числа.

? Что такое наименьшее общее кратное натуральных чисел?
 Какое число является наименьшим общим кратным чисел 3, 9, 27?
 Расскажите алгоритм нахождения наименьшего общего кратного нескольких чисел.

К

2.95 Назовите разложение на простые множители наименьшего общего кратного чисел a и b , если:

а) $a = 2 \cdot 7$, $b = 7 \cdot 9$;

б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$.

2.96 Найдите НОК (m , n), если:

а) $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ и $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$;

б) $m = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$;

в) $m = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$ и $n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$;

г) $m = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$ и $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$.

2.97 Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- а) 12 и 8; в) 108 и 132; д) 10, 15 и 30; ж) 6, 9 и 18;
 б) 14 и 42; г) 90 и 315; е) 6, 8 и 12; з) 77, 91 и 143.

2.98 Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:

а) $\frac{7}{15}$ и $\frac{5}{12}$; б) $\frac{13}{20}$ и $\frac{17}{25}$.

2.99 Рассмотрите пары чисел: 9 и 13; 15 и 19; 24 и 35; 27 и 32.

- а) Являются ли числа, представленные в каждой паре взаимно простыми?
 б) Найдите наименьшее общее кратное чисел в каждой паре. Сделайте предположение.

2.100 Рассмотрите пары чисел: 26 и 78; 32 и 96; 24 и 72; 25 и 100.

- а) Какая особенность объединяет эти пары чисел?
 б) Чему равно наименьшее общее кратное чисел каждой пары?

2.101 а) Владелец машины меняет каждые 15 тыс. км моторное масло, а каждые 60 тыс. км — приводной ремень. Через сколько тысяч километров совпадут замены масла и приводного ремня?

б) Спутники Ио, Европа, Ганимед и Каллисто планеты Юпитер обращаются вокруг неё за 42, 85, 172 и 400 ч соответственно. За какое наименьшее время они все вместе повторяют своё положение на орбите?

2.102 В магазин раз в два дня привозят хлебобулочные изделия, раз в три дня — кисломолочную продукцию и каждые десять дней — кондитерские изделия. Первого декабря в магазин привезли эти три вида товаров. Когда в следующий раз эти товары привезут в один день?



2.103 Вычислите.

$\begin{array}{r} 0,7 \cdot 10 \\ : 2 \\ - 0,3 \\ : 0,4 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 : 10 \\ \cdot 0,2 \\ + 2 \\ : 0,7 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 - 0,8 \\ : 0,8 \\ : 10 \\ \cdot 0,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,9 + 0,06 \\ : 0,3 \\ - 0,2 \\ \cdot 0,1 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 - 0,7 \\ \cdot 5 \\ : 15 \\ \cdot 100 \\ \hline ? \end{array}$
--	--	--	--	--

2.104 Дроби $\frac{n}{20}$ и $\frac{c}{30}$, где n и c — натуральные числа, можно представить в виде десятичных. Могут ли числитель и знаменатель каждой из этих дробей быть взаимно простыми?

2.105 Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби и сократите дробь:

а) $\frac{4}{8}$; б) $\frac{15}{25}$; в) $\frac{33}{99}$; г) $\frac{51}{85}$.

2.106 1) Какие числа *могут быть* взаимно простыми: а) два чётных числа; б) чётное и нечётное числа; в) два простых числа; г) простое и составное числа; д) два последовательных натуральных числа?

2) Какие числа *всегда* взаимно простые: а) два чётных числа; б) чётное и нечётное числа; в) два простых числа; г) простое и составное числа; д) два последовательных натуральных числа?

2.107 Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 13 и 26; б) 8 и 12; в) 60 и 75; г) 64 и 128; д) 3375 и 5625.

2.108 Для изготовления круглых подставок под цветы диаметром 15 см нужно сделать заготовки квадратной формы. Имеются пластмассовые листы размером 80×140 см, 105×145 см и 120×150 см. Какие из этих листов нужно взять, чтобы было меньше отходов?

2.109 Докажите, что если число y кратно 14, то оно делится на 7.

2.110 Найдите наибольший общий делитель всех двузначных чисел, записанных одинаковыми цифрами.

2.111 Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9, если цифры не повторяются?

2.112 Запишите в виде обыкновенной или десятичной дробей частное:

а) $2 : 5$; б) $4 : 13$; в) $17 : 20$; г) $19 : 43$.

2.113 Запишите в виде частного дробь: а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{11}{8}$; в) $\frac{29}{10}$; г) 0,7; д) 0,24.

2.114 Запишите в виде смешанного числа частное:

а) $19 : 5$; б) $20 : 7$; в) $21 : 5$; г) $392 : 16$.

2.115 Найдите среднее арифметическое четырёх чисел:

а) 2,6; 3,8; 4,3 и 3,7; в) 13,46, 17,24; 21,39 и 7,91;
 б) 4,7; 5,6; 3,9 и 8,2; г) 14,33; 19,42; 3,47 и 10,48.

2.116 Среднее арифметическое двух чисел равно 48. Найдите числа, если одно число в 3 раза меньше другого.

2.117 1) На овощной базе было 23 т овощей. В первый день продали в 4,6 раза меньше овощей, чем во второй день. К утру третьего дня на базе осталось 3,4 т овощей. Сколько тонн овощей продали во второй день?

2) Туристы запланировали пройти за день 33 км. До обеда они прошли в 2,2 раза большее расстояние, чем после обеда. К вечеру им осталось пройти 2,6 км. Сколько километров прошли туристы до обеда?

числа-близнецы

Два простых числа, разность которых равна 2, называют **близнецами**. В 2013 г. учёные доказали, что существует бесконечно много пар таких чисел.

Ц. 2.118

Развивай мышление. а) Найдите в таблице простых чисел пары чисел-близнецов среди первых 500 натуральных чисел. Сколько таких пар получилось?
 б) Все пары чисел-близнецов, кроме 3 и 5, имеют вид $6n - 1$ или $6n + 1$. Найдите по этим выражениям пары чисел для n , равного 87, 135 и 165.
 в) Не все пары чисел вида $6k - 1$ и $6k + 1$ являются числами-близнецами. Найдите все пары двузначных чисел вида $6k - 1$ и $6k + 1$, которые не являются числами-близнецами.

Д

2.119 Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 22 и 55; б) 40 и 50; в) 270 и 450; г) 40, 60 и 15.

2.120 Найдите НОД (n , d), если:

а) $n = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $d = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$; б) $n = 756$, $d = 720$.

2.121 Артель «Дары леса» заготовила 78 ц морошки, клюквы и брусники. При этом клюквы заготовили в 5 раз больше, чем морошки, а брусники — на 15 ц больше, чем морошки. Сколько центнеров каждой ягоды заготовила артель?

2.122 Масса трёх космических станций «Салют-1» (запуск в 1971 г.), «Мир» (запуск в 1986 г.) и МКС (запуск в 1998 г.) равна 560,53 т. Найдите массу каждой станции, если масса станции «Мир» на 105,44 т больше массы станции «Салют-1», а масса МКС больше массы станции «Мир» на 292,95 т.

2.123 Найдите корень уравнения:

а) $(z + 25,3) \cdot 4,3 = 160,82$; в) $(m + 41,1) : 17,1 = 4,3$;
 б) $(y - 0,86) \cdot 0,05 = 0,0285$; г) $(n - 8,7) : 18,7 = 5,2$.

2.124 Запишите в виде смешанного числа:

а) $31 : 9$; б) $81 : 9$; в) $402 : 15$; г) $1429 : 14$.

2.125 За конкурс «Музыкальное приветствие» команды КВН получили следующие оценки:

Название команды	Оценки судей							Средний балл
«Весёлые»	5	5	4	4	3	4	4	
«Находчивые»	4	5	4	4	4	4	5	
«Юморные»	4	5	4	3	3	5	4	

Расположите команды по возрастанию их средних баллов.

2.126 Турист плыл на байдарке 1,5 ч со скоростью 6,6 км/ч и 3,5 ч шёл пешком со скоростью 5,4 км/ч. Найдите среднюю скорость туриста на всём пути.

2.127 Выполните действия:

а) $(854,9 - 203,3) : 7,2 \cdot 1,4 + 3,3$; б) $(150,4 + 87,5) : 7,8 \cdot 2,5 - 4,5$.



Пифагор

Древнегреческий учёный Пифагор (VI в. до н. э.) и его ученики считали, что есть особенные числа. К ним относились 6 и 28. Эти числа равнялись сумме всех их делителей (без самого числа): $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Такие числа они назвали **совершенными**.

Алгоритм нахождения чётных совершенных чисел был описан другим великим математиком — Евклидом (III в. до н. э.) в книге IX «Начал». По этому алгоритму нашли третье совершенное число — 496 и четвёртое — 8128. Пятое совершенное число 33 550 336 было найдено спустя полтора тысячелетия в XV в.

В настоящее время благодаря компьютерам совершенные числа вычисляются намного быстрее. Например, вычисленное в 2001 г. тридцать девятое совершенное число имеет 4 млн знаков. На январь 2020 г. известно 51 чётное совершенное число.

Сложно сказать, когда люди впервые задумались о простых числах. На папирусах древних египтян, сделанных более 3500 лет назад, найдены ряды простых чисел.

Так как простые числа — это «строительные элементы», из которых с помощью умножения получаются другие числа, то интерес к ним возник уже у древних учёных.



Евклид

Древние греки были первыми, кто стал изучать простые числа. В книге IX «Начал» Евклид доказал, что существует бесконечное множество простых чисел. Он нашёл и доказал другие свойства простых чисел, которые сейчас мы воспринимаем как само собой разумеющееся.

Во II в. до н. э. древнегреческий математик Эратосфен придумал простой алгоритм для поиска простых чисел.

Запишем все натуральные числа от 1 до какого-то числа. Затем вычеркнем единицу, которая не является ни простым, ни составным числом, и все числа, идущие после 2, через одно (числа, кратные 2, т. е. 4, 6, 8 и т. д.). Далее вычёркнем через два все числа, идущие после 3 (числа, кратные 3, т. е. 6, 9, 12 и т. д.), и т. д. Останутся только простые числа.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Греки на папирусе числа не вычёркивали, а выкалывали иглой, и таблица к концу вычислений напоминала решето. Поэтому метод Эратосфена называют **«решетом Эратосфена»**. По этому же алгоритму и в настоящее время составляют таблицы простых чисел с помощью компьютеров.

Примером использования простых чисел является применение их при шифровании данных. Самые распространённые методы шифрования основаны на применении простых чисел, имеющих в составе более трёх сотен цифр. Простые числа необходимы для повседневного использования Интернета.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Восстановите алгоритм нахождения наименьшего общего кратного нескольких натуральных чисел, записав в нужном порядке номера действий:
 - 1) добавить недостающие множители из разложений остальных чисел;
 - 2) выписать множители из разложения большего из чисел;
 - 3) найти произведение множителей;
 - 4) разложить числа на простые множители.
- Напишите несколько чисел, кратных:

а) 4 и 5;	в) 10 и 12;
б) 6 и 7;	г) 18 и 24.
- Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 28 и 35;	в) 45 и 95;
б) 120 и 150;	г) 200 и 300.
- Миша и Лена встретились на школьном стадионе. Оказалось, что Миша бежит раз в 3 дня, а Лена — раз в 4 дня. Через сколько дней ребята снова встретятся на стадионе, если они бегают в одно и то же время?

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- наименьший общий знаменатель

9. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю

Мы умеем приводить дроби к общему знаменателю, но для упрощения вычислений обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю.

Наименьший общий знаменатель равен наименьшему общему кратному знаменателей данных дробей.

Пример 1. Найдём наименьший общий знаменатель дробей $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{9}$ и приведём к нему данные дроби.

Наименьшее общее кратное чисел 6 и 9 равно 18. Чтобы привести дроби к этому общему знаменателю, надо найти дополнительный множитель для каждой дроби и умножить на него числитель и знаменатель дроби.

Для дроби $\frac{5}{6}$ дополнительный множитель 3 (делим наименьшее общее кратное на знаменатель дроби: $18 : 6 = 3$), значит,

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}.$$

У дроби $\frac{4}{9}$ дополнительный множитель 2 ($18 : 9 = 2$), значит,

$$\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{8}{18}.$$

Итак, $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$, а $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$.

алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное всех знаменателей дробей, т. е. наименьший общий знаменатель;
- 2) найти для каждой дроби дополнительный множитель, разделив наименьший общий знаменатель на знаменатель каждой дроби;
- 3) умножить числитель и знаменатель дроби на её дополнительный множитель.

Для больших знаменателей наименьший общий знаменатель и дополнительные множители находят с помощью разложения на простые множители.

Пример 2. Приведём дроби $\frac{29}{252}$ и $\frac{13}{90}$ к наименьшему общему знаменателю.

Разложим знаменатели дробей на простые множители:

$$252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7; \quad 90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Найдём наименьший общий знаменатель:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 1260.$$

Для дроби $\frac{29}{252}$ дополнительный множитель 5, так как это число не входит в разложение числа 252. Значит,

$$\frac{29}{252} = \frac{29 \cdot 5}{252 \cdot 5} = \frac{145}{1260}.$$

Для дроби $\frac{13}{90}$ дополнительным множителем является произведение 2 и 7, так как на эти множители нужно домножить 90, чтобы получить 1260. Поэтому

$$\frac{13}{90} = \frac{13 \cdot 2 \cdot 7}{90 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{182}{1260}.$$

Итак,

$$\frac{29}{252} = \frac{145}{1260}, \quad \frac{13}{90} = \frac{182}{1260}.$$



Можно ли привести дробь $\frac{4}{9}$ к знаменателю 130?

Какое число называют дополнительным множителем?

Как найти дополнительный множитель?

Что является наименьшим общим знаменателем дробей? Как его найти?

Любые ли две дроби можно привести к наименьшему общему знаменателю?

Чему равен наименьший общий знаменатель для дробей со взаимно простыми знаменателями?

К

2.128 Сократите дроби $\frac{14}{28}$, $\frac{10}{35}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{36}{63}$, а затем приведите их к знаменателю 56.

2.129 Можно ли дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{15}{120}$ привести к знаменателю 48?



2.130 а) Каким должен быть знаменатель обыкновенной дроби, чтобы её можно было представить в виде десятичной?

б) Какие дроби можно представить в виде десятичной дроби:

$$\frac{3}{5}, \frac{12}{25}, \frac{1}{3}, \frac{7}{12}, \frac{11}{15}, \frac{6}{24}?$$

2.131 Запишите в виде десятичной дроби:

а) $\frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{30}{50};$

б) $\frac{1}{4}, \frac{17}{20}, \frac{9}{25}, \frac{49}{50};$

в) $\frac{3}{8}, \frac{13}{125}, \frac{161}{250}, \frac{173}{500}.$



2.132 Запишите в виде:

а) десятичной дроби $\frac{3}{4}, \frac{7}{50}, \frac{13}{25}, \frac{1}{8}, \frac{17}{250}, \frac{101}{200};$

б) обыкновенной несократимой дроби 0,3; 0,5; 0,25; 0,28; 0,45; 0,80; 0,04; 0,125; 0,25; 0,75; 0,765.

2.133 Даны углы, равные $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Какую часть прямого угла составляют эти углы?



2.134 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{7}{16}$ и $\frac{3}{8};$ в) $\frac{14}{75}$ и $\frac{13}{30};$ д) $\frac{12}{55}$ и $\frac{17}{22};$ ж) $\frac{13}{750}$ и $\frac{7}{450};$

б) $\frac{9}{20}$ и $\frac{21}{60};$ г) $\frac{17}{20}$ и $\frac{7}{25};$ е) $\frac{25}{42}$ и $\frac{55}{147};$ з) $\frac{21}{225}$ и $\frac{14}{375}.$



2.135 Вычислите.

а) $14 + 0,8$
 $\begin{array}{r} : 4 \\ - 0,7 \\ \cdot 1,5 \\ \hline ? \end{array}$

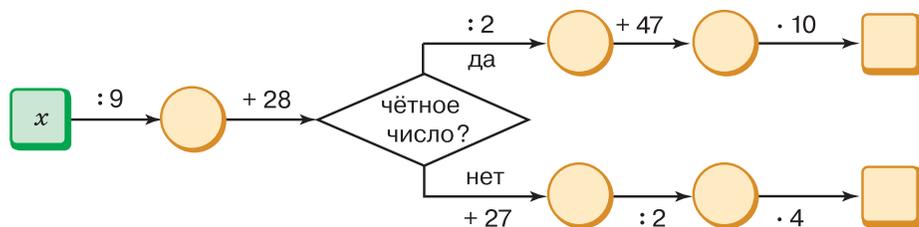
б) $3 - 0,5$
 $\begin{array}{r} : 0,5 \\ + 2,1 \\ \cdot 3 \\ \hline ? \end{array}$

в) $39 \cdot 0,02$
 $\begin{array}{r} : 3,9 \\ \cdot 50 \\ - 0,7 \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$

г) $4 : 0,5$
 $\begin{array}{r} \cdot 1,2 \\ - 5,2 \\ : 0,4 \\ - 6,7 \\ \hline ? \end{array}$

д) $3 - 2,4$
 $\begin{array}{r} : 0,5 \\ + 3,8 \\ \cdot 0,6 \\ : 0,2 \\ \hline ? \end{array}$

2.136 Найдите число по схеме алгоритма, если $x = 27; x = 45; x = 72$.



2.137 Сократите дробь: а) $\frac{120}{224};$ б) $\frac{264}{1540};$ в) $\frac{4050}{486};$ г) $\frac{4455}{4725}.$

2.138 Найдите, на сколько процентов увеличится площадь поля прямоугольной формы, если длину поля увеличить на 20%, а ширину — на 35%.

2.139 Вычислите, составив алгоритм вычисления на калькуляторе, значение выражения:

а) $3,75 \cdot (4,39 - 2,33);$ б) $\frac{7,2}{6,34 + 17,66}.$



- 2.140** Используя транспортир, разделите окружность: а) на 6 равных частей; б) на 3 равные части. Соедините последовательно получившиеся точки отрезками. Измерьте стороны и углы построенного многоугольника. Сделайте предположение.

*правильные
многоугольники*

Многоугольники, у которых равны стороны и равны углы, называют **правильными** (рис. 2.4).

- 2.141** Является ли правильным многоугольником прямоугольник; квадрат?

- 2.142** Найдите значение выражения и проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора:

- 1) $(20,826 + 46,97 : 7,7 - 1,725 \cdot 5,6) : 1,78$;
2) $(9,25 \cdot 8,4 + 44,89 : 67 - 55,816) : 5,37$.

Д

- 2.143** Приведите дробь:

- а) $\frac{3}{7}$ к знаменателю 84; в) $\frac{12}{23}$ к знаменателю 92;
б) $\frac{15}{17}$ к знаменателю 136; г) $\frac{10}{11}$ к знаменателю 143.

- 2.144** Запишите в виде десятичной дроби:

- а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{7}{25}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{27}{50}$; д) $\frac{13}{20}$; е) $\frac{5}{8}$.

- 2.145** Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- а) $\frac{9}{65}$, $\frac{21}{50}$ и $\frac{11}{650}$; в) $\frac{11}{15}$, $\frac{7}{12}$ и $\frac{37}{60}$;
б) $\frac{32}{63}$, $\frac{7}{147}$ и $\frac{41}{55}$; г) $\frac{71}{108}$, $\frac{23}{72}$ и $\frac{47}{90}$.

- 2.146** От двух пристаней на озере одновременно по одному маршруту навстречу друг другу вышли катер и теплоход. Найдите их скорости, если расстояние между пристанями 58 км, скорость теплохода на 2 км/ч больше скорости катера, и встретились они через 2 ч.

- 2.147** Найдите значение выражения:

- а) $0,55 \cdot (623 - 518,2) + 1,24 \cdot 68 - 1,96$;
б) $((88,74 - 18,54) \cdot 0,009 - 0,6218) \cdot 400$.

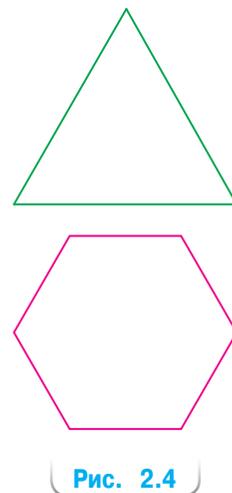


Рис. 2.4

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Восстановите алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю, записав в нужном порядке номера действий:
 - найти для каждой дроби дополнительный множитель, разделив наименьший общий знаменатель на знаменатель каждой дроби;
 - умножить числитель и знаменатель дроби на её дополнительный множитель;
 - найти наименьшее общее кратное всех знаменателей дробей, т. е. наименьший общий знаменатель.

2 Приведите дробь:

а) $\frac{4}{13}$ к знаменателю 156; б) $\frac{31}{124}$ к знаменателю 1612.

3 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{30}$; б) $\frac{57}{112}$ и $\frac{25}{84}$.

10. Сравнение, сложение и вычитание обыкновенных дробей

В 5 классе вы уже сравнивали, складывали и вычитали дроби со знаменателями, для которых можно было легко найти общий знаменатель.

алгоритм сравнения, сложения, вычитания дробей

Чтобы сравнить (сложить, вычесть) дроби с разными знаменателями, надо:

- 1) привести дроби к наименьшему общему знаменателю;
- 2) сравнить (сложить, вычесть) полученные дроби.

Пример 1. Сравним дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{11}{14}$.

Приведём дроби к наименьшему общему знаменателю 42:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{35}{42}, \quad \frac{11}{14} = \frac{11 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \frac{33}{42}.$$

Так как $\frac{35}{42} > \frac{33}{42}$, то $\frac{5}{6} > \frac{11}{14}$.

Пример 2. Выполним сложение дробей $\frac{5}{6}$ и $\frac{11}{14}$.

$$\frac{5}{6} + \frac{11}{14} = \frac{35}{42} + \frac{33}{42} = \frac{68}{42} = 1\frac{26}{42} = 1\frac{13}{21}.$$

Пример 3. Выполним вычитание дробей $\frac{5}{6}$ и $\frac{11}{14}$.

$$\frac{5}{6} - \frac{11}{14} = \frac{35}{42} - \frac{33}{42} = \frac{2}{42} = \frac{1}{21}.$$

Изученные ранее свойства сложения и вычитания дробей помогают упрощать вычисления.

Пример 4. Найдём значение суммы $\frac{5}{28} + \frac{5}{14} + \frac{7}{28} + \frac{3}{14}$.

Дроби с одинаковыми знаменателями сгруппируем:

$$\frac{5}{28} + \frac{5}{14} + \frac{7}{28} + \frac{3}{14} = \left(\frac{5}{28} + \frac{7}{28}\right) + \left(\frac{5}{14} + \frac{3}{14}\right) = \frac{12}{28} + \frac{8}{14} = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1.$$

Пример 5. Найдём значение выражения $\frac{38}{45} - \left(\frac{11}{45} + \frac{2}{5}\right)$.

Используя свойство вычитания суммы из числа, получим

$$\frac{38}{45} - \left(\frac{11}{45} + \frac{2}{5}\right) = \frac{38}{45} - \frac{11}{45} - \frac{2}{5} = \frac{27}{45} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}.$$

2.156 Запишите шесть дробей с числителем 7, меньших $\frac{7}{11}$.

2.157 Запишите все дроби со знаменателем 13, меньшие $\frac{15}{13}$ и бóльшие $\frac{7}{13}$. Отметьте эти дроби на координатной прямой.

 2.158 В новом парке $\frac{11}{20}$ всех деревьев занимают саженцы берёзы, а $\frac{13}{35}$ — ясеня. Каких саженцев в парке больше: берёзы или ясеня?

 2.159 Мастер делает необходимое количество деталей за 6 ч, а ученик — за 8 ч. Кто делает больше деталей: ученик за 7 ч или мастер за 5 ч?

2.160 Части какого бруса длиннее: пятиметрового, распиленного на 7 равных частей, или шестиметрового, распиленного на 10 равных частей?

 2.161 Выполните построение по алгоритму:

1) Начертите координатную прямую с единичным отрезком 24 клетки. Отметьте точку $M\left(\frac{3}{4}\right)$.

2) Отложите влево от точки M отрезок MN , равный $\frac{5}{24}$ единичного отрезка. Запишите координату точки N .

3) Отложите от точки N вправо отрезок NK , равный $\frac{5}{12}$ единичного отрезка. Запишите координату точки K .

Как можно найти координаты точек N и K , не выполняя построений?

2.162 Вычислите:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$; в) $\frac{3}{5} + \frac{2}{17}$; д) $\frac{5}{7} + 0$; ж) $\frac{1}{2} - \frac{1}{13}$; и) $\frac{5}{7} - \frac{2}{9}$; л) $\frac{4}{7} + \frac{4}{5}$;
 б) $\frac{1}{21} + \frac{1}{7}$; г) $\frac{1}{7} + \frac{7}{9}$; е) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$; з) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$; к) $\frac{4}{21} - 0$; м) $\frac{7}{12} + \frac{13}{21}$.

 2.163 На координатной прямой отмечены точки $N\left(\frac{1}{n}\right)$, $M\left(\frac{1}{m}\right)$ и $K\left(\frac{1}{k}\right)$ (рис. 2.5).

Отметьте на координатной прямой точку с координатами:

а) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$; б) $\frac{1}{k} - \frac{1}{m}$; в) $\frac{1}{k} - \frac{1}{n}$; г) $\frac{1}{n} + \frac{1}{k}$.



Рис. 2.5

2.164 Найдите сумму:

а) $\frac{1}{6} + \frac{5}{8}$; в) $\frac{7}{10} + \frac{3}{25}$; д) $\frac{11}{18} + \frac{1}{81}$; ж) $\frac{15}{56} + \frac{11}{84}$;
 б) $\frac{7}{8} + \frac{5}{14}$; г) $\frac{27}{70} + \frac{16}{105}$; е) $\frac{5}{12} + \frac{3}{44}$; з) $\frac{11}{21} + \frac{3}{49}$.

2.165 Найдите разность:

а) $\frac{5}{6} - \frac{5}{10}$; в) $\frac{3}{4} - \frac{1}{14}$; д) $\frac{26}{33} - \frac{7}{44}$; ж) $\frac{9}{22} - \frac{7}{26}$;
 б) $\frac{3}{20} - \frac{3}{28}$; г) $\frac{7}{15} - \frac{2}{39}$; е) $\frac{11}{21} - \frac{3}{14}$; з) $\frac{33}{40} - \frac{7}{15}$.

2.166 Представьте десятичную дробь в виде обыкновенной и вычислите:

а) $0,2 + \frac{1}{7}$; б) $\frac{5}{6} - 0,25$; в) $\frac{23}{25} + 0,4$; г) $0,75 - \frac{7}{42}$.

2.167 Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной и вычислите:

а) $3,45 + \frac{3}{4}$; б) $\frac{11}{20} - 0,25$; в) $2,7 + \frac{23}{25}$; г) $1,1 - \frac{7}{8}$.

2.168 Вычислите сначала в обыкновенных дробях, а потом в десятичных:

а) $\frac{7}{20} + \frac{19}{50}$; б) $\frac{4}{25} + \frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{5} - \frac{1}{25}$; г) $\frac{4}{5} - \frac{99}{125}$.

2.169 Вычислите:

а) $\frac{23}{24} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$; б) $\frac{4}{35} + \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{7}\right)$; в) $\frac{11}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right)$; г) $\frac{5}{18} + \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{27}\right)$.

2.170 Найдите значение выражения:

а) $\frac{7}{40} + \frac{11}{60}$; б) $\frac{27}{56} - \frac{5}{42}$; в) $\frac{11}{72} - \frac{7}{54}$; г) $\frac{16}{45} + \frac{17}{60}$.

2.171 Выполните действия:

а) $\frac{19}{24} - \frac{25}{32} + \left(\frac{2}{48} + \frac{1}{96}\right)$; б) $\left(\frac{11}{12} - \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{7}{20} - \frac{1}{30}\right) - \frac{2}{3}$.

2.172 Решите уравнение:

а) $t - \frac{11}{18} = \frac{11}{12} - \frac{5}{9}$; в) $\left(z + \frac{5}{12}\right) - \frac{9}{20} = \frac{11}{15}$;

б) $\frac{4}{5} - \left(\frac{9}{10} - z\right) = \frac{1}{5}$; г) $\frac{4}{5} - \left(x + \frac{1}{60}\right) = \frac{2}{3}$.

2.173 Вычислите:

а) $\frac{14}{25} + 0,09 - \frac{1}{4}$; б) $0,9 - 0,4 - \frac{7}{20}$; в) $0,8 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$; г) $\frac{7}{9} - 0,4 - \frac{4}{15}$.

2.174 Найдите сумму:

а) $\frac{1}{6} + \frac{3}{16} + \frac{5}{6} + \frac{5}{16}$; б) $\frac{5}{11} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{6}{11}$.

2.175 С помощью свойства вычитания числа из суммы вычислите значение выражения:

а) $\left(\frac{9}{16} + \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{16}$; б) $\left(\frac{5}{18} + \frac{11}{27}\right) - \frac{2}{27}$.

2.176 С помощью свойства вычитания суммы из числа вычислите значение выражения:

а) $\frac{5}{7} - \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{14}\right)$; б) $\frac{23}{36} - \left(\frac{1}{30} + \frac{5}{36}\right)$.

2.177 Вычислите значение выражения $\frac{c}{25} + \frac{c}{15}$ при $c = 1$; $c = 3$; $c = 6$; $c = 8$.

2.178 Вычислите значение выражения $\frac{n}{14} - \frac{1}{n}$ при $n = 6$; $n = 7$.

2.179 Одна сторона прямоугольника равна $\frac{3}{20}$ м, а другая на $\frac{2}{15}$ м больше. Найдите периметр прямоугольника.

- 2.180** Периметр треугольника ABC равен $\frac{17}{20}$ м. Сторона AB равна $\frac{17}{50}$ м, сторона BC на $\frac{3}{50}$ м длиннее AB . Найдите сторону AC .
- 2.181** В первый день дорожно-строительной бригадой было отремонтировано $\frac{4}{25}$ всей дороги, во второй день — на $\frac{3}{20}$ больше, чем в первый, а в третий день — на $\frac{1}{50}$ меньше, чем за два предыдущих дня вместе. Какую часть дороги отремонтировала бригада за три дня?
- 2.182** Первый мастер может выполнить заказ по пошиву карнавальных костюмов за 14 ч, а второй — за 18 ч. Какую часть заказа выполняют оба мастера, если первый будет работать 5 ч, а второй — 7 ч?



2.183 Вычислите.

а) $84 : 6$	б) $16 \cdot 5$	в) $2,3 + 3,7$	г) $0,75 : 3$	д) $3,9 - 2,5$
$\cdot 3$	$- 14$	$: 3$	$+ 0,15$	$\cdot 2$
$+ 13$	$: 11$	$- 0,8$	$\cdot 8$	$+ 2,8$
$: 5$	$+ 92$	$: 0,6$	$- 1,7$	$: 0,8$
$+ 49$	$: 14$	$\cdot 1,2$	$: 3$	$\cdot 0,3$
$\hline ?$	$\hline ?$	$\hline ?$	$\hline ?$	$\hline ?$

2.184

В летнем оздоровительном лагере 90 детей. На роликовых коньках умеют кататься 25 человек, на сноуборде умеют кататься 14 человек, а на скейтборде — 37 человек. На скейтборде и сноуборде умеют кататься 5 человек, на роликовых коньках и на скейтборде 10 человек, на роликовых коньках и сноуборде — 8, на всех трёх — 4 человека. Сколько детей не умеют кататься ни на роликовых коньках, ни на сноуборде, ни на скейтборде?

2.185 Вычислите:



а) $0,5^2 - 0,4^2$; б) $4^3 - 14,5$; в) $0,6^2 \cdot 7$; г) $3,9 : 0,1^3$.

2.186 Запишите значение числового выражения, которое вычисляли на калькуляторе по следующему алгоритму:

а) $1,23 \div 0,6 - 2,041 \times 1001 =$; б) $0,16 \times 0,75 + 2,48 \div 1,3 =$.

2.187 Запишите смешанные числа так, чтобы их дробная часть не была неправильной дробью:



а) $3\frac{14}{11}$, $17\frac{18}{5}$, $9\frac{27}{4}$; б) $9\frac{14}{14}$, $27\frac{152}{8}$, $14\frac{121}{11}$.

2.188 Запишите в виде неправильной дроби дробную часть числа, равного данному, уменьшив целую часть на единицу:

а) $4\frac{8}{17}$; б) $3\frac{1}{101}$; в) $10\frac{14}{23}$.

2.189 1) Из посёлка выехал велосипедист со скоростью 13 км/ч. Через 0,2 ч за ним выехал автомобилист со скоростью 55 км/ч. Через какое время после своего выезда автомобилист обгонит велосипедиста на 10 км?

2) Байдарка отплыла от пристани со скоростью 6 км/ч. Через 0,6 ч за ней отправилась моторная лодка со скоростью 44 км/ч. Через какое время моторная лодка обгонит байдарку на 4 км?



- 2.190** 1) Гепард начал догонять бегущую газель, когда между ними было 0,1 км. С какой скоростью бежала газель, если скорость гепарда 1,4 км/мин и догнал он газель через 15 с?
- 2) Катер рыбоохраны начал догонять моторную лодку браконьеров, когда между ними было 0,7 км, и догнал её через 0,1 ч. С какой скоростью плыли браконьеры, если катер рыбоохраны развил скорость 49 км/ч?

2.191 Выполните действия и проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора:

- 1) $111 - ((0,9744 : 0,24 + 1,02) \cdot 2,5 - 2,75)$;
 2) $200 - ((9,08 - 2,6828 : 0,38) \cdot 8,5 + 0,84)$.



2.192 Сравните дроби:

- а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{8}{21}$; в) $\frac{3}{8}$ и $\frac{17}{40}$; д) $\frac{1}{6}$ и $\frac{4}{21}$; ж) $\frac{17}{125}$ и $\frac{23}{165}$;
 б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{5}$; г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{31}{36}$; е) $\frac{13}{18}$ и $\frac{11}{15}$; з) $\frac{19}{77}$ и $\frac{43}{176}$.

2.193 Выполните действие:

- а) $\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$; в) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}$; д) $\frac{5}{12} + \frac{1}{6}$; ж) $\frac{19}{21} - \frac{11}{15}$; и) $\frac{11}{21} + \frac{2}{26}$;
 б) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$; г) $\frac{8}{9} - \frac{2}{5}$; е) $\frac{3}{5} - \frac{4}{15}$; з) $\frac{5}{42} + \frac{10}{63}$; к) $\frac{5}{24} - \frac{7}{60}$.

В примерах г) и е) выполненное вычитание проверьте сложением, в примерах ж) и к) — вычитанием.

2.194 Никита и Ярослав стреляли в тире. У Никиты из 15 выстрелов было 8 попаданий, а результат Ярослава — 11 попаданий из 20 выстрелов. Чей результат лучше?

2.195 Один генератор расходует бак солярки за 18 ч непрерывной работы, а другой — за 15 ч. Какой генератор расходует больше солярки: первый за 5 ч или второй за 4 ч?

2.196 От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отправились два катера. Один из них за час проходит $\frac{5}{24}$ расстояния между пристанями, а другой — $\frac{3}{20}$ этого расстояния. На какую часть расстояния они сближаются каждый час?

2.197 Лена полола первую грядку $\frac{1}{3}$ ч, вторую на $\frac{1}{5}$ ч меньше, а третью на $\frac{2}{15}$ ч больше, чем первую и вторую вместе. Сколько времени ушло у Лены на прополку?

2.198 Хозяйка купила на рынке творог и сметану. Масса покупки составила 1,7 кг. Какова была бы масса покупки, если бы хозяйка купила творога на $\frac{1}{5}$ кг больше, а сметаны — на $\frac{6}{25}$ кг меньше?

2.199 Вычислите:

- а) $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) + \frac{9}{20}$; в) $\frac{7}{8} - \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{3}\right)$;
 б) $\frac{7}{30} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)$; г) $\left(\frac{5}{14} + \frac{9}{10}\right) - \frac{5}{7}$.

2.200 Выполните действия:

а) $\frac{113}{125} + 0,58 - \frac{103}{125}$; б) $\frac{7}{9} + 0,4 - 0,6$.

2.201 Из двух сельских поселений, расстояние между которыми 10 км, одновременно в одном направлении вышли два автомобиля — грузовой и легковой. Скорость впереди идущего грузового автомобиля равна 1,2 км/мин, а следующего за ним легкового автомобиля — 1,7 км/мин. Через сколько минут легковой автомобиль догонит грузовой?

2.202 Выполните действия:

а) $36,42 \cdot 0,1 - 0,996$;
 б) $(69,77 \cdot 5,8 - 69,67 \cdot 5,8 + 0,42) : 0,4$;
 в) $(12,93 + 65,47) \cdot (0,317 + 1,583) - 3,5 \cdot (5,24 - 3,78)$;
 г) $214\,538 - (39\,000 : 65 + 29\,946 : 217)$.

2.203 Запишите смешанные числа так, чтобы их дробная часть не была неправильной дробью:

а) $99\frac{15}{5}$, $207\frac{101}{101}$; б) $8\frac{17}{4}$, $16\frac{25}{9}$, $31\frac{107}{4}$.

2.204 Запишите в виде неправильной дроби дробную часть числа, равного данному, уменьшив целую часть на единицу:

а) $14\frac{3}{7}$; б) $21\frac{14}{19}$; в) $2\frac{12}{13}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

1 Расположите в порядке возрастания дроби

$$\frac{3}{4}, \frac{13}{18}, \frac{7}{2}, \frac{7}{9}, \frac{5}{6}.$$

2 Сравните промежутки времени:

а) $\frac{5}{12}$ ч и $\frac{7}{15}$ ч; б) $\frac{7}{12}$ суток и $\frac{11}{18}$ суток.

3 Вычислите:

а) $\frac{5}{14} + \frac{5}{21}$; в) $\frac{17}{30} + \frac{11}{70}$; д) $\frac{9}{22} + \frac{2}{121}$;
 б) $\frac{5}{14} - \frac{5}{21}$; г) $\frac{17}{30} - \frac{11}{70}$; е) $\frac{9}{22} - \frac{2}{121}$.

4 Повторяя изученные за учебный год слова на английском языке три одноклассника выяснили, что Петя помнит $\frac{11}{13}$, Витя — $\frac{57}{60}$, а Миша — $\frac{7}{12}$ всех изученных за год слов.

а) Кто из ребят помнит больше английских слов?

б) Кому из ребят нужно повторить больше английских слов?

в) Сколько всего английских слов изучили ребята за год, если слов меньше 800?

г) Сколько английских слов нужно повторить каждому из мальчиков?

Проверочная работа № 2

1 Вычислите:

а) $\frac{3}{14} + \frac{1}{28}$; б) $\frac{4}{15} - \frac{3}{25}$; в) $\frac{5}{46} + \frac{4}{69}$.

2 Сравните дроби:

а) $\frac{5}{9}$ и 0,56; б) 0,2 и $\frac{3}{11}$; в) $\frac{2}{7}$ и 0,25.

3 Решите уравнение:

а) $x + \frac{7}{20} = \frac{4}{5}$; б) $x - \frac{2}{3} = \frac{2}{4}$; в) $\frac{11}{12} - x = \frac{1}{18}$.

4 Вычислите:

а) $\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{7}\right) - \frac{3}{70}$; б) $\frac{7}{9} + \frac{1}{15} - \frac{5}{18} + \frac{1}{30}$.

5 Ширина прямоугольника равна $\frac{3}{26}$ м, а его длина на $\frac{5}{52}$ м больше.

а) Найдите длину прямоугольника.

б) Найдите периметр прямоугольника.

в) * На сколько увеличится периметр прямоугольника, если его ширину увеличить на $\frac{2}{65}$ м, а длину увеличить на $\frac{3}{78}$ м?

11. Действия сложения и вычитания смешанных чисел

Напомним, что смешанное число — это сумма натурального числа и дроби. Сложение смешанных чисел выполняют с помощью свойств сложения: переместительного и сочетательного.

Пример 1. Вычислим сумму $14\frac{5}{12} + 17\frac{1}{6}$.

Дробные части имеют разные знаменатели, поэтому приведём их к наименьшему общему знаменателю 12. Представим каждое смешанное число в виде суммы целой и дробной частей. Используя свойства сложения, сложим отдельно целые и дробные части чисел, а затем — полученные результаты:

$$\begin{aligned} 14\frac{5}{12} + 17\frac{1}{6} &= 14 + \frac{5}{12} + 17 + \frac{2}{12} = \\ &= (14 + 17) + \left(\frac{5}{12} + \frac{2}{12}\right) = \\ &= 31 + \frac{7}{12} = 31\frac{7}{12}. \end{aligned}$$

Пишут короче:

$$14\frac{5}{12} + 17\frac{1}{6} = 14\frac{5}{12} + 17\frac{2}{12} = 31\frac{7}{12}.$$

Пример 2. Вычислим сумму $6\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6}$.

$$6\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6} = 6\frac{8}{18} + 2\frac{15}{18} = 8 + \frac{23}{18} = 9\frac{5}{18}.$$

В этом примере получили неправильную дробь $\frac{23}{18}$. Из неё выделили целую часть и прибавили к целой части.

Если при сложении дробных частей получилась сократимая дробь, то её нужно сократить.

алгоритм сложения смешанных чисел

Чтобы найти **сумму смешанных чисел**, надо:

- 1) дробные части этих чисел привести к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение целых и отдельно дробных частей;
- 3) при необходимости сократить дробь, выделить целую часть и прибавить её к полученной целой части.



Вычитание смешанных чисел выполняют аналогично сложению с помощью свойств вычитания числа из суммы и суммы из числа.

Пример 3. Вычислим разность $4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4}$.

Приведём дробные части к наименьшему общему знаменателю 12. Представим каждое смешанное число в виде суммы целой и дробной частей:

$$4\frac{5}{6} = 4\frac{10}{12} = 4 + \frac{10}{12}; \quad 2\frac{1}{4} = 2\frac{3}{12} = 2 + \frac{3}{12}.$$

Используя свойство вычитания суммы из числа, вычтем отдельно их целые и дробные части, а затем полученные результаты сложим:

$$\begin{aligned} 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} &= \left(4 + \frac{10}{12}\right) - \left(2 + \frac{3}{12}\right) = \\ &= 4 + \frac{10}{12} - 2 - \frac{3}{12} = (4 - 2) + \left(\frac{10}{12} - \frac{3}{12}\right) = 2 + \frac{7}{12} = 2\frac{7}{12}. \end{aligned}$$

Пишут короче: $4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} = 4\frac{10}{12} - 2\frac{3}{12} = 2\frac{7}{12}$.

Пример 4. Вычислим разность $5\frac{7}{12} - 1\frac{5}{8}$.

Приведём дробные части к наименьшему общему знаменателю 24:

$$5\frac{7}{12} = 5\frac{14}{24}; \quad 1\frac{5}{8} = 1\frac{15}{24}.$$

Из дробной части числа $5\frac{14}{24}$ нельзя вычесть $\frac{15}{24}$, так как $\frac{14}{24} < \frac{15}{24}$. Вычтем единицу из целой части уменьшаемого и представим дробную часть уменьшаемого в виде неправильной дроби.

$$5\frac{7}{12} = 5\frac{14}{24} = 5 + \frac{14}{24} = 4 + 1 + \frac{14}{24} = 4 + \frac{24}{24} + \frac{14}{24} = 4 + \frac{38}{24} = 4\frac{38}{24}.$$

Получим

$$5\frac{7}{12} - 1\frac{5}{8} = 4\frac{38}{24} - 1\frac{15}{24} = 3\frac{23}{24}.$$

Обычно пишут короче:

$$5\frac{7}{12} - 1\frac{5}{8} = 5\frac{14}{24} - 1\frac{15}{24} = 4\frac{38}{24} - 1\frac{15}{24} = 3\frac{23}{24}.$$

алгоритм
вычитания
смешанных чисел

Чтобы найти **разность смешанных чисел**, надо:

- 1) дробные части этих чисел привести к наименьшему общему знаменателю;
 - 2) если дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого, то надо отдельно вычесть целые и отдельно дробные части и результаты сложить;
 - 3) если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то надо представить дробную часть уменьшаемого в виде неправильной дроби, уменьшив на единицу целую часть, и выполнить вычитание по пункту 2.
- При необходимости сократить дробь.



Как найти сумму смешанных чисел?

На каких свойствах сложения основано правило сложения смешанных чисел?

Как найти разность смешанных чисел?

На каких свойствах основано правило вычитания смешанных чисел?

К

2.205 Найдите сумму:

а) $4\frac{2}{9} + 3\frac{5}{18}$; в) $7\frac{11}{12} + 1\frac{3}{8}$; д) $6\frac{5}{11} + 5$; ж) $6 + 4\frac{2}{7}$;
 б) $3\frac{5}{12} + 4\frac{7}{9}$; г) $4\frac{3}{8} + 2\frac{4}{11}$; е) $7\frac{3}{7} + \frac{5}{21}$; з) $\frac{3}{7} + 3\frac{4}{5}$.

2.206 Найдите разность:

а) $1 - \frac{4}{5}$; б) $2 - \frac{3}{7}$; в) $7 - \frac{4}{13}$; г) $6 - 1\frac{5}{9}$; д) $9 - 3\frac{4}{7}$; е) $5 - 4\frac{2}{11}$.

2.207 Выполните вычитание:

а) $5\frac{7}{15} - \frac{3}{20}$; в) $6\frac{5}{7} - \frac{3}{14}$; д) $3\frac{2}{3} - 3\frac{4}{11}$;
 б) $4\frac{7}{12} - \frac{2}{9}$; г) $7\frac{5}{7} - 4\frac{2}{3}$; е) $7\frac{5}{12} - 3\frac{2}{9}$.

2.208 Выполните действие:

а) $1\frac{4}{15} - \frac{17}{20}$; в) $2\frac{5}{12} - \frac{7}{8}$; д) $9\frac{2}{11} - 7\frac{5}{9}$; ж) $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$;
 б) $7\frac{4}{15} - \frac{7}{9}$; г) $11\frac{1}{2} - 3\frac{11}{18}$; е) $2\frac{6}{25} - 1\frac{7}{10}$; з) $12\frac{5}{12} - 9\frac{13}{18}$.

2.209 Вычислите:

а) $\frac{1}{6} - \left(1 - \frac{17}{18}\right)$; в) $7\frac{14}{25} - \left(3\frac{8}{15} + 1\frac{9}{10}\right)$;

б) $3 - \left(\frac{11}{14} - \frac{13}{21}\right)$; г) $6\frac{3}{16} - 2\frac{5}{24} - 3\frac{11}{12}$.

2.210 Вычислите значение выражения:

а) $\left(12\frac{1}{3} - 11\frac{1}{4}\right) + \left(14 - 9\frac{8}{15}\right)$; в) $\left(14\frac{2}{3} - 5\frac{5}{9}\right) - \left(3\frac{7}{8} + 4\frac{5}{6}\right) + \left(10\frac{3}{4} - 4\frac{4}{9}\right)$;

б) $\left(15 - 12\frac{5}{8}\right) - \left(13\frac{1}{2} - 11\frac{2}{9}\right)$; г) $\left(14\frac{5}{7} - 14\right) + \left(30 - 29\frac{5}{7}\right) + \left(3\frac{1}{7} - \frac{23}{28}\right)$.

2.211 Вычислите:

а) $2\frac{3}{4} + 3,4$; б) $4\frac{7}{25} - 3,3$; в) $7,2 - 6\frac{5}{6}$; г) $5\frac{7}{12} - 1,6$.

2.212 Найдите корень уравнения:

а) $x + 3\frac{8}{13} = 6$; в) $a - 7\frac{5}{8} = \frac{7}{12}$; д) $5\frac{25}{36} - t = 1\frac{1}{12} + 2\frac{3}{8}$;

б) $14\frac{4}{9} + y = 23$; г) $12\frac{1}{6} - b = 4\frac{8}{15}$; е) $\frac{4}{7} - \frac{1}{3} + z = \frac{13}{14} - \frac{5}{8}$.

2.213 По формуле $B = x - 5\frac{3}{4}$ найдите значение:

а) B при $x = 6$; $x = 6\frac{1}{2}$; $x = 7\frac{3}{8}$;

б) x при $B = 5\frac{1}{2}$; $B = 3\frac{13}{16}$; $B = 0$.

2.214 Баржа наполняется зерном через первую трубу за 6 ч, а через вторую — за 8 ч. Какую часть баржи останется наполнить после совместной работы обеих труб в течение часа?

2.215 Первый комбайн может убрать поле за 16 ч, а второй — за 24 ч. Первый комбайн работал 7 ч, а второй — 11 ч. Какая часть поля осталась необработанной?

2.216 Котлован под фундамент нового здания первый экскаватор может выкопать за 8 дней, второй — за 12 дней, а третий — за 15 дней. Какую часть котлована останется выкопать после того, как первый экскаватор отработает 3 дня, второй — 5 дней, а третий — 2 дня?

2.217 От рулона полиэтиленовой плёнки длиной 40 м отрезали кусок длиной $4\frac{4}{5}$ м. Сколько метров плёнки осталось в рулоне?



2.218 Артём делал домашнее задание по математике $\frac{7}{15}$ ч, задание по русскому языку $\frac{3}{5}$ ч. Сколько времени потратил Артём на подготовку задания по географии, если на подготовку всех трёх предметов он потратил 1,5 ч?

2.219 Когда из корзины взяли часть яблок, то в ней осталось 3 кг яблок. Сколько килограммов яблок осталось бы в корзине, если бы из неё взяли на $\frac{1}{4}$ кг яблок больше; на $\frac{3}{5}$ кг яблок меньше?

2.220 Запишите множество всех чисел, меньших $4\frac{5}{12}$, но больших $3\frac{1}{4}$, знаменатель дробной части которых равен 12.



2.221 Отметьте на координатной прямой (рис. 2.6) точки, координаты которых равны:

а) $1 - \frac{a}{b}$; б) $2 + \frac{a}{b}$; в) $3 - \frac{a}{b}$.



Рис. 2.6

2.222 Найдите периметр четырёхугольника $DEFK$, если известны его стороны:

а) $DE = 3\frac{5}{7}$ см, $EF = 4\frac{9}{14}$ см, $FK = 3\frac{1}{2}$ см и $DK = 4$ см;

б) $DE = 7\frac{9}{10}$ дм, $EF = 6\frac{1}{12}$ дм, $FK = 5\frac{7}{15}$ дм и $DK = 7$ дм.

2.223 Шёлковую ленту разрезали на две части так, что длина одной части равна $6\frac{3}{8}$ м, а другой — на $2\frac{4}{5}$ м меньше. Какой длины была лента первоначально?

2.224 Ребёнок за первый месяц прибавил $1\frac{3}{25}$ кг, что на $\frac{7}{20}$ кг больше, чем за второй. Сколько килограммов набрал ребёнок за два месяца?

2.225 Папа купил в магазине $5\frac{1}{2}$ кг картофеля, моркови на $2\frac{2}{3}$ кг меньше, чем картофеля, а репчатого лука на $1\frac{1}{6}$ кг больше, чем моркови. Сколько килограммов овощей купил папа?

2.226 За три рейса самосвал перевёз 20 т гравия. За первые два рейса он перевёз $14\frac{5}{12}$ т гравия, за последние два рейса — $13\frac{11}{20}$ т. Сколько тонн гравия самосвал перевёз за каждый рейс по отдельности?

2.227 Площадь трёх участков 15 га. Площадь первого и второго участков вместе $9\frac{5}{6}$ га, а площадь второго и третьего вместе — $8\frac{2}{5}$ га. Найдите площадь каждого участка.

2.228 В первый день скосили $212\frac{1}{2}$ ц травы, во второй — на $33\frac{1}{5}$ ц больше, а в третий — на $23\frac{3}{5}$ ц меньше, чем в первый и второй дни. Сколько получится сена из скошенной травы, если масса сена составляет 20 % массы травы?

2.229 Скорость моторной лодки в стоячей воде равна $15\frac{5}{12}$ км/ч, а скорость течения реки — $2\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорости моторной лодки по течению реки и против течения.

2.230 Скорость теплохода по течению реки равна $29\frac{5}{6}$ км/ч, а по озеру — $26\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорость теплохода против течения реки.

2.231 Из двух селений одновременно навстречу друг другу вышли трактор и гужевая повозка. Каждый час расстояние между ними уменьшалось на $28\frac{31}{40}$ км. Найдите скорость трактора, если скорость гужевой повозки $7\frac{5}{8}$ км/ч.

2.232 Мотоциклист обогнал автобус и стал удаляться от него со скоростью $\frac{3}{10}$ км/мин. С какой скоростью двигался мотоциклист, если скорость автобуса $1\frac{4}{15}$ км/мин?

2.233 Выполните действия:

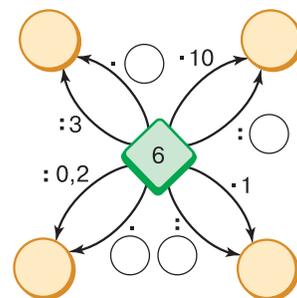
а) $2\frac{4}{7} + 31 + 4\frac{13}{21} + 5\frac{3}{7} + 3\frac{1}{14} + \frac{8}{21}$; в) $9\frac{7}{15} - \left(5\frac{1}{9} + 2\frac{2}{15}\right)$;

б) $7\frac{7}{20} - 4,75 + 3\frac{4}{5}$; г) $\left(22\frac{8}{9} + 2\frac{1}{7}\right) - 9\frac{5}{9}$.



2.234 Вычислите.

а) $12 \cdot 8$	б) $16 \cdot 3$	в) $1 : 2$	г) $3,2 - 2$
$+ 14$	$: 12$	$\cdot 0,6$	$\cdot 5$
$: 11$	$\cdot 13$	$+ 6$	$: 0,1$
$\cdot 15$	$+ 38$	$: 0,7$	$: 1,5$
$: 25$	$: 18$	$- 3,4$	$\cdot 0,01$
$?$	$?$	$?$	$?$



2.235 Найдите числа, которых не хватает на схеме справа.

2.236 При каких натуральных значениях k выполняется неравенство:

а) $\frac{k}{11} < \frac{13}{66}$; б) $\frac{k}{95} < \frac{2}{19}$; в) $\frac{k}{7} < \frac{8}{56}$?

2.237 Каждое ребро куба уменьшили на 40%. На сколько процентов уменьшится объём куба?

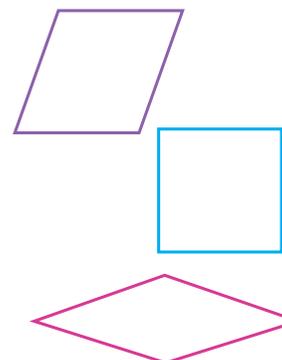


Рис. 2.7

2.238 Коля вышел из дома в 7 ч 20 мин. На дорогу до школы он потратил 25 мин, а вернулся из школы в 14 ч 35 мин. Сколько времени Коля пробыл в школе, если на дорогу до дома он потратил 36 мин?

ромб Четырёхугольник с равными сторонами называют **ромбом** (рис. 2.7).

2.239 а) Является ли любой ромб квадратом?
б) Является ли любой ромб правильным многоугольником?
в) Является ли любой квадрат ромбом?

2.240 Используя переместительное и сочетательное свойства натуральных чисел, докажите переместительное и сочетательное свойства сложения для дробей с одинаковыми знаменателями.

2.241 Вычислите:

а) $\frac{1}{2} - \frac{2}{7}$; в) $\frac{3}{5} - \frac{4}{15}$; д) $0 + \frac{4}{11}$; ж) $\frac{31}{60} - \frac{17}{45}$; и) $\frac{21}{22} + \frac{8}{55}$;
б) $\frac{5}{6} + \frac{1}{10}$; г) $\frac{1}{4} + \frac{1}{9}$; е) $\frac{5}{6} + \frac{2}{15}$; з) $\frac{23}{45} - \frac{29}{60}$; к) $\frac{9}{19} - 0$.

2.242 Вычислите с помощью калькулятора и результат округлите до тысячных:
 $0,48 \cdot 3,654 - 2,587 \cdot 0,327 + 20,384 : 8,32$.

В 2.243 На филателистической выставке 27 частей количества марок было посвящено знаменательным событиям, 9 частей — природе и одну часть представляли редкие марки. Сколько всего марок было на выставке, если марок, посвящённых природе, было на 680 больше, чем редких?

В 2.244 Сколько можно составить шестизначных номеров телефона, которые начинаются с цифр 678?

2.245 Найдите значение выражения:

- 1) $85 \cdot 1234 - 5625 : 75 - 159758 : 529$;
 2) $4225 : 65 + 75 \cdot 2454 - 330078 : 813$.

Д

2.246 Найдите сумму:

- а) $38\frac{1}{8} + 4\frac{5}{24}$; в) $47\frac{3}{14} + 1\frac{8}{21}$; д) $28\frac{5}{9} + 13\frac{3}{4}$; ж) $9 + 2\frac{2}{9}$;
 б) $4\frac{19}{75} + 6\frac{17}{45}$; г) $54\frac{3}{4} + 18\frac{5}{6}$; е) $\frac{4}{7} + 2\frac{3}{5}$; з) $3\frac{11}{24} + \frac{1}{6}$.

2.247 Найдите разность:

- а) $1 - \frac{4}{17}$; в) $6 - 5\frac{6}{11}$; д) $4\frac{9}{16} - 2\frac{3}{14}$; ж) $17\frac{2}{3} - 6\frac{7}{8}$;
 б) $5 - \frac{7}{13}$; г) $4\frac{5}{9} - 3$; е) $11\frac{7}{32} - 9\frac{11}{64}$; з) $24\frac{7}{15} - 15\frac{5}{12}$.

2.248 Решите уравнение:

- а) $1 - y = \frac{7}{24} + \frac{1}{4}$; б) $1 + m = \frac{3}{5} + \frac{6}{15}$; в) $l + 3\frac{5}{6} = 7\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3}$.

2.249 Выполните действия:

- а) $4\frac{13}{24} + \frac{1}{8} - 3\frac{1}{24}$; б) $3\frac{8}{9} + 1\frac{3}{4} + \frac{1}{9}$; в) $5\frac{1}{2} - 2\frac{7}{12} - 2\frac{3}{10}$; г) $4\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{12}$.

2.250 Один насос откачал $\frac{7}{20}$ резервуара воды, а другой — $\frac{17}{30}$ этого же резервуара. Какую часть резервуара воды осталось откачать?

2.251 Первая бригада может покрасить многоэтажный дом за 8 дней, а вторая — за 12 дней. Какую часть дома останется покрасить, если первая бригада будет работать 3 дня, а вторая — 5 дней?

Ц 2.252 *Развивай мышление.* Дуб рос на краю обрыва. Жёлудь, висевший на дубе, оторвался и через 3 с достиг земли. На какой высоте висел жёлудь, если за первую секунду он пролетел $9\frac{4}{5}$ м и каждую следующую секунду пролетал на $9\frac{4}{5}$ м больше? Найдите среднюю скорость падения жёлудя.

2.253 Берёза выше ели на $3\frac{5}{14}$ м, а сосна выше берёзы на $4\frac{3}{10}$ м. Какой высоты ель и сосна, если высота берёзы $12\frac{16}{35}$ м?

2.254 Вычислите: а) $4\frac{3}{5} + 2,6 - 5\frac{1}{2}$; б) $4\frac{1}{3} + 5,3 - 2\frac{7}{30}$.

2.255 Для приготовления яблочной пастилы на 10 частей яблок берут 1 часть сахара (по массе). Сколько килограммов яблок и килограммов сахара надо взять, чтобы получить 2 кг пастилы, если при сушке масса яблочного пюре с сахаром уменьшается в 5,5 раза?

- 2.256** Два человека вышли на остановке из автобуса и отправились в противоположных направлениях в свои селения, расстояние между которыми 10,6 км. Через 1,2 ч один из них, двигаясь со скоростью 4,5 км/ч, достиг селения, а другому оставалось ещё пройти 0,4 км. Найдите его скорость.
- 2.257** Выполните действия:
 а) $(3,75 : 1,25 - 0,75) : 1,5 + 0,75$;
 б) $(14 - 12,725) \cdot 12,4 - 2,6 : (11,2 - 7,95)$.
- 2.258** Решите уравнение:
 а) $(x - 3,6) \cdot 8,4 = 53,76$;
 б) $6,5 \cdot (4,3 - y) = 20,8$;
 в) $21,4 - (3,4t + 2,1t) = 14,8$;
 г) $14,22 - (4,3k - 1,8k) = 12,47$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1** Восстановите алгоритм сложения смешанных чисел, записав в нужном порядке номера действий:
- 1) при необходимости сократить дробь, выделить целую часть и прибавить её к полученной целой части;
 - 2) привести к наименьшему общему знаменателю дробные части чисел;
 - 3) отдельно выполнить сложение целых и отдельно дробных частей.
- 2** Запишите выражение и найдите его значение:
- а) к сумме чисел $1\frac{1}{3}$ и $5\frac{1}{9}$ прибавить $4\frac{5}{24}$;
 - б) к $1\frac{2}{65}$ прибавить сумму чисел $6\frac{1}{10}$ и $3\frac{3}{25}$.
- 3** Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = 5\frac{1}{12}$ см, $BC = 6\frac{1}{5}$ см и $AC = 4\frac{1}{6}$ см.

Проверочная работа № 2

- 1** Запишите выражение и найдите его значение:
- а) к разности чисел $6\frac{2}{3}$ и $2\frac{1}{6}$ прибавить $3\frac{5}{12}$;
 - б) из суммы чисел $1\frac{2}{15}$ и $5\frac{7}{30}$ вычтеть $5\frac{1}{30}$.
- 2** Решите уравнение и сделайте проверку:
- а) $x + 3\frac{4}{7} = 6\frac{2}{21}$; б) $5\frac{7}{12} + x = 8\frac{5}{16}$.
- 3** С поля площадью 25 га собрали 1052 ц пшеницы, а с поля площадью 30 га собрали 1463 ц пшеницы.
- а) Найдите урожайность пшеницы на каждом поле.
 - б) На каком поле урожайность пшеницы выше? На сколько?
- 4*** На сколько сумма чисел $4\frac{439}{751}$ и $2\frac{4}{7}$ больше разности этих чисел?

Проверочная работа № 3

- 1 Найдите значение числового выражения наиболее удобным способом:
- а) $2\frac{4}{15} + 1\frac{71}{80} + 3\frac{11}{15}$; б) $3\frac{7}{16} - \left(1\frac{3}{8} + 1\frac{3}{16}\right)$.
- 2 Представьте десятичную дробь в виде смешанного числа и вычислите:
- а) $2\frac{3}{15} - 1,9 + 1\frac{7}{20}$; б) $2,34 + 4\frac{1}{6} - 2\frac{14}{15}$.
- 3 Запишите равенства, обозначив неизвестное через x , и найдите x :
- а) число прибавили к $\frac{1}{2}$ и получили $\frac{13}{14}$;
- б) число уменьшили на $1\frac{8}{9}$ и получили $6\frac{2}{3}$;
- в) к числу прибавили $10\frac{3}{14}$ и получили $12\frac{11}{42}$;
- г) из числа вычли $4\frac{5}{36}$ и получили $3\frac{4}{39}$.
- 4 Моторная лодка в стоячей воде за 9 мин преодолевает расстояние в 3750 м. Найдите скорость моторной лодки по течению и скорость против течения, если скорость течения реки равна $20\frac{5}{6}$ м/мин.



Раздел математики, изучающий числа, называют **теорией чисел**. Большой вклад в становление этого раздела внесли учёные Древней Греции: Пифагор, Евклид, Эратосфен и другие.

Пифагорейцы рассматривали только натуральные числа. Они полагали, что число — это собрание единиц. Единицы располагались в виде фигурных чисел (треугольных, квадратных и других). Им были известны чётные и нечётные числа (признак делимости на 2), простые и составные. Они ввели понятие дружественные и совершенные числа.



Л. Эйлер

Многие вопросы теории чисел легко сформулировать (они понятны даже школьнику), но трудно найти на них ответы.

В XVIII в. знаменитый математик, член Петербургской академии наук, Леонард Эйлер нашёл ответы на многие вопросы, сформулированные древнегреческими математиками.

Например, до этого времени была известна только одна пара дружественных чисел — 220 и 284. Эйлер нашёл ещё 65 пар таких чисел. Но общий способ нахождения пар дружественных чисел до сих пор не найден.

Древнегреческие учёные также установили связь между простыми и чётными совершенными числами.

Эйлер доказал, что все чётные совершенные числа имеют вид, указанный Евклидом. Но вопрос о бесконечности числа совершенных чисел до сих пор не решён.

Эйлер сформулировал *гипотезу*, что каждое чётное число, начиная с 4, можно представить в виде суммы двух простых чисел. Эта гипотеза не доказана до настоящего времени.

В начале XVII в. Пьер де Ферма сформулировал гипотезу (Великая теорема Ферма), связанную с простыми числами. Эта гипотеза была доказана Эндрю Уайлсом спустя 350 лет, в 1994 г.

В 1742 г. член Петербургской академии наук Христиан Гольдбах сформулировал гипотезу, что любое нечётное число, большее 5, можно представить в виде суммы трёх простых чисел. Например:

$$27 = 3 + 11 + 13,$$

$$39 = 3 + 17 + 19.$$

Эта гипотеза была доказана в 2013 г.

В XIX в. большой прорыв в теории чисел был сделан благодаря Карлу Гауссу, Пафнутию Львовичу Чебышёву и Бернхарду Риману. До сих пор не решена гипотеза Римана, которую называют важнейшей нерешённой задачей всей математики. Эта гипотеза позволяет точно предсказать появление следующих простых чисел.

12. Действие умножения смешанных чисел

Если задачи содержат дробные данные, то они решаются так же, как аналогичные задачи с натуральными числами.

Задача 1. Турист идёт со скоростью $5\frac{1}{5}$ км/ч. Какое расстояние он пройдёт за $1\frac{7}{8}$ ч?

Решение. Чтобы найти пройденное расстояние, надо скорость туриста умножить на время движения, т. е. найти произведение $5\frac{1}{5}$ и $1\frac{7}{8}$.

Каждое из этих чисел представим в виде неправильной дроби и затем выполним умножение дробей:

$$5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}, \quad 1\frac{7}{8} = \frac{15}{8};$$

$$5\frac{1}{5} \cdot 1\frac{7}{8} = \frac{26}{5} \cdot \frac{15}{8} = \frac{26 \cdot 15}{5 \cdot 8} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}.$$

Ответ. За $1\frac{7}{8}$ ч турист пройдёт $9\frac{3}{4}$ км.

умножение
смешанных чисел

Чтобы найти произведение смешанных чисел, надо представить их в виде неправильных дробей, а затем применить алгоритм умножения дробей.

Задача 2. Линия по разливу молочных продуктов в бутылочки за 1 ч разливает, наклеивает этикетки и упаковывает $241\frac{1}{4}$ л йогурта для детского питания. Сколько литров йогурта разливает и упаковывает эта линия за $\frac{3}{5}$ ч?

Решение. Решим и эту задачу умножением:

$$241\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{965 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{193 \cdot 3}{4} = 144\frac{3}{4}.$$

Ответ. За $\frac{3}{5}$ ч разливается и упаковывается $144\frac{3}{4}$ л йогурта.

Если в условии задачи обыкновенные дроби выразить в десятичных дробях, то получим тот же ответ: $241,25 \cdot 0,6 = 144,75$.

Для умножения смешанных чисел также справедливы переместительное и сочетательное свойства. Для любого значения a

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0; \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

$$\text{Например, } 13\frac{5}{7} \cdot 0 = 0, \quad \frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}.$$

? Сформулируйте правило умножения дроби на натуральное число. Сформулируйте алгоритм умножения двух дробей. Как выполнить умножение смешанных чисел? Назовите свойства умножения дробей. Чему равно произведение смешанного числа и нуля; смешанного числа и единицы?

К

2.259 Найдите произведение:

а) $\frac{5}{6} \cdot 3$; б) $\frac{16}{21} \cdot 14$; в) $\frac{1}{2} \cdot 50$; г) $13 \cdot \frac{8}{13}$; д) $1 \cdot \frac{4}{5}$; е) $\frac{11}{15} \cdot 0$.

2.260 Найдите периметр квадрата со стороной $\frac{5}{16}$ дм.

2.261 Мастер изготавливает 1 деталь за $\frac{2}{15}$ ч. За сколько часов он изготовит 3, 5, 15 таких же деталей?

2.262 В треугольнике PQR сторона PQ равна $\frac{4}{25}$ см, QR больше PQ в 3 раза, а PR меньше QR на $\frac{3}{25}$ см. Найдите периметр треугольника.

2.263 Вычислите: а) $\frac{3}{4}$ ч \cdot 2; б) $\frac{9}{12}$ ч \cdot 4; в) $\frac{7}{15}$ ч \cdot 15; г) $\frac{11}{15}$ ч \cdot 7.

2.264 Найдите произведение:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{11}$; б) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{11}$; в) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{6}$; г) $\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{6}$; д) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9}$; е) $\frac{11}{12} \cdot \frac{7}{9}$.

2.265 Выполните умножение:

а) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$; б) $\frac{7}{10} \cdot \frac{4}{15}$; в) $\frac{15}{16} \cdot \frac{10}{11}$; г) $\frac{38}{45} \cdot \frac{18}{19}$; д) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{16}$; е) $\frac{9}{26} \cdot \frac{13}{18}$.

2.266 Выполните действие: а) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$; б) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$; в) $\left(\frac{9}{11}\right)^2$; г) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$.

2.267 Ребро куба равно $\frac{5}{8}$ дм. Найдите объём куба.

2.268 Какой путь преодолет всадник за $\frac{1}{2}$ мин; $\frac{2}{3}$ мин, если его скорость $\frac{9}{40}$ км/мин?

2.269 Найдите произведение дробей $\frac{34}{10}$ и $\frac{67}{100}$. Представьте эти дроби в десятичной записи и выполните умножение. Сравните результаты.

2.270 Вычислите значение произведения $\frac{3}{4} \cdot \frac{22}{25}$. Выполните проверку, представив множители в виде десятичных дробей.



2.271 Представьте десятичную дробь в виде обыкновенной и выполните умножение:

а) $0,25 \cdot \frac{4}{5}$; б) $0,9 \cdot \frac{5}{9}$.

2.272 Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной и выполните умножение:

а) $\frac{1}{20} \cdot 0,7$; б) $\frac{6}{25} \cdot 7,5$.

2.273 Найдите значение выражения:

а) $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{21}$; б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{3}{22}$; в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{25}{28}$; г) $\frac{125}{149} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{121}{1000}$.

2.274 Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна $\frac{7}{12}$ м, ширина — $\frac{5}{14}$ м, а высота — $\frac{18}{25}$ м.

2.275 Представьте в виде произведения двух дробей число:

а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{5}{9}$; в) $\frac{15}{14}$; г) $1\frac{7}{18}$.

2.276 Выполните действия:

а) $\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{18}{31}$; в) $\left(4 - 3\frac{7}{15}\right) \cdot \frac{5}{8}$; д) $\left(1\frac{1}{24} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(4\frac{1}{8} - 3\frac{5}{24}\right)$;
 б) $\frac{6}{25} \cdot \left(\frac{11}{15} - \frac{9}{20}\right)$; г) $\left(5 - 4\frac{4}{7}\right) \cdot \left(7\frac{1}{6} - 6\frac{5}{12}\right)$; е) $\left(1\frac{2}{15} - \frac{11}{15}\right) \cdot \left(5\frac{3}{18} - 4\frac{1}{27}\right)$.



2.277 Найдите значение произведения:

а) $5 \cdot 2\frac{3}{5}$; б) $4\frac{3}{8} \cdot 16$; в) $1\frac{2}{9} \cdot 9$; г) $1 \cdot 7\frac{8}{11}$; д) $2\frac{2}{13} \cdot 0$; е) $0 \cdot 1\frac{6}{17}$.



2.278 Выполните действие:

а) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}$; б) $\frac{5}{9} \cdot 1\frac{2}{3}$; в) $3\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{11}$; г) $3\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{7}$; д) $1\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{13}$; е) $\frac{13}{24} \cdot 1\frac{11}{13}$.



2.279 Выполните умножение:

а) $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{5}$; б) $2\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{11}$; в) $1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{7}{9}$; г) $1\frac{4}{21} \cdot 4\frac{1}{5}$; д) $2\frac{2}{7} \cdot 1\frac{3}{4}$; е) $1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{17}{18}$.



2.280 Найдите значение s по формуле пути $s = vt$, если:

а) $v = 7\frac{1}{4}$ км/ч, $t = 3\frac{1}{2}$ ч; б) $v = 2\frac{2}{5}$ м/мин, $t = 1\frac{1}{4}$ мин.

2.281 Используя формулу объёма прямоугольного параллелепипеда $V = abc$, найдите значение V при $a = 2\frac{1}{2}$ м, $b = 1\frac{2}{5}$ м, $c = \frac{3}{7}$ м.

- 2.282** Найдите массу свинцового шарика, объём которого равен $3\frac{1}{3}$ см³, если масса 1 см³ свинца равна $11\frac{17}{50}$ г.
- 2.283** Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два поезда и встретились через $3\frac{3}{5}$ ч. Найдите расстояние между городами, если скорость одного поезда равна 75 км/ч, а скорость другого составляет $\frac{9}{10}$ от скорости первого поезда.
- 2.284** С одной кочки одновременно прыгнули лягушка и жаба и отправились в одном направлении. Длина прыжка жабы равна $7\frac{1}{5}$ см, что в $3\frac{1}{3}$ раза меньше прыжка лягушки. На каком расстоянии (в метрах) друг от друга окажутся жаба и лягушка, сделав по 20 прыжков?
- 2.285** Двое друзей вышли навстречу друг другу и встретились в условленном месте. Какое расстояние было изначально между ними, если первый шёл $1\frac{1}{4}$ ч со скоростью $5\frac{3}{4}$ км/ч, а второй — $1\frac{2}{15}$ ч со скоростью $6\frac{1}{2}$ км/ч?
- 2.286** Урожайность гороха составила $18\frac{1}{2}$ ц с га, а кукурузы — $54\frac{3}{4}$ ц с га. На сколько центнеров больше собрали кукурузы, чем гороха, если площадь поля, засеянного горохом, $27\frac{1}{2}$ га, а площадь поля, засеянного кукурузой, в $2\frac{1}{4}$ раза меньше?

2.287 Вычислите:



а) $\frac{7}{16} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{15};$

в) $\left(\left(1\frac{1}{6} \right)^2 - \frac{7}{18} \right) \cdot 2\frac{4}{7} - 1\frac{2}{5};$

б) $\frac{8}{15} \cdot \left(2\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{5}{9};$

г) $\left(\frac{11}{16} + \frac{7}{24} - \frac{5}{12} \right) + \left(\frac{3}{4} \right)^2.$



2.288 Вычислите.

а)
$$\begin{array}{r} 0,9 \cdot 0,9 \\ - 0,6 \\ : 7 \\ + 0,03 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 5,6 : 8 \\ \cdot 3 \\ + 5,6 \\ : 0,11 \\ \hline ? \end{array}$$

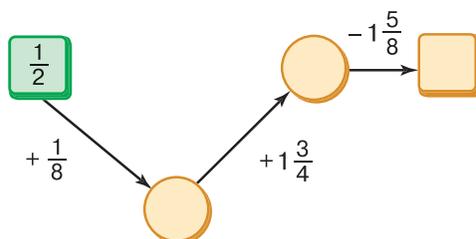
в)
$$\begin{array}{r} 0,72 : 3,6 \\ + 3,3 \\ : 5 \\ \cdot 0,7 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} \frac{9}{14} \cdot 7 \\ + 2,25 \\ : 0,5 \\ \hline ? \end{array}$$

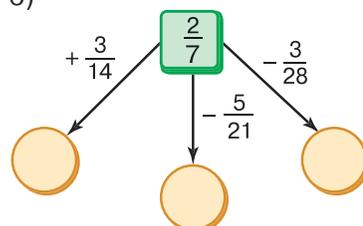
д)
$$\begin{array}{r} \frac{9}{4} : 3 \\ + 1,75 \\ \cdot 0,5 \\ \hline ? \end{array}$$

2.289 Найдите числа, которых не хватает в цепочке и на схеме.

а)



б)



2.300 Решите уравнение:

а) $t - 4\frac{7}{12} = 2\frac{5}{8}$; б) $15\frac{4}{9} - z = 10\frac{5}{12}$.

2.301 Упростите выражение:

1) $2,8x + 3,6y + 1,7x + 5,9y$; 2) $6,4m + 1,7n + 2,8m + 3,4n$.



2.302 Найдите произведение:

а) $\frac{14}{17} \cdot \frac{34}{63}$; в) $\frac{51}{103} \cdot \frac{103}{119}$; д) $24 \cdot \frac{11}{48}$; ж) $3\frac{5}{14} \cdot 7$;
 б) $\frac{35}{8} \cdot \frac{16}{7}$; г) $\frac{4}{15} \cdot \frac{30}{49} \cdot \frac{7}{8}$; е) $6 \cdot 3\frac{5}{6}$; з) $5\frac{4}{45} \cdot 9 \cdot 15$.

2.303 Выполните умножение:

а) $3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5}$; в) $1\frac{15}{29} \cdot 1\frac{9}{20}$; д) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{4}{7}$;
 б) $1\frac{7}{23} \cdot 3\frac{5}{6}$; г) $8\frac{23}{34} \cdot \frac{17}{59}$; е) $1\frac{4}{9} \cdot 3\frac{6}{7} \cdot 3\frac{6}{13}$.

2.304 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{7}a$ при $a = \frac{3}{7}$; $a = \frac{1}{2}$; $a = 2\frac{1}{7}$; $a = 2\frac{1}{3}$; $a = \frac{28}{33}$;
 б) $\frac{5}{12}b$ при $b = \frac{1}{5}$; $b = \frac{5}{12}$; $b = 1\frac{1}{5}$; $b = 2\frac{2}{5}$.

2.305 Масса 1 м^3 древесины равна $\frac{14}{25}$ т. Найдите массу $\frac{3}{4} \text{ м}^3$, $\frac{5}{7} \text{ м}^3$ и $1\frac{1}{4} \text{ м}^3$ древесины.

2.306 Масса 1 см^3 алюминия равна $2\frac{7}{9}$ г. Найдите массу алюминиевой пластины, измерения которой равны $1\frac{1}{4}$ см, $2\frac{2}{3}$ см, $1\frac{4}{5}$ м. Ответ округлите до сотых долей килограмма.

2.307 Велосипедист едет со скоростью $12\frac{3}{4}$ км/ч. Какое расстояние он проедет за 2 ч, $\frac{2}{3}$ ч и $1\frac{7}{17}$ ч?

2.308 Деревянный брус имеет форму прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 6 м, $\frac{3}{20}$ м и $\frac{1}{10}$ м. Для выполнения строительных работ было куплено 40 штук такого бруса по цене 12 400 р. за 1 м^3 . На какую сумму был закуплен брус?

2.309 Найдите значение выражения:

а) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4}$; б) $(3,5 - 2,9) \cdot \left(4\frac{1}{22} - 3\frac{7}{33}\right)$; в) $\left(5\frac{3}{14} - 4\frac{4}{7}\right) \cdot \left(3\frac{11}{15} - 1\frac{2}{5}\right)$.

2.310 Вычислите:

а) $\frac{4}{9} \cdot \left(3\frac{3}{14} \cdot 2\frac{4}{5}\right)^2$; б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{9}{11}$; в) $\left(2\frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right) \cdot \left(1\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right)$.

2.311 Запишите в виде обыкновенной дроби:

а) 38 %; б) 65 %; в) 70 %; г) 90 %.

2.312 Запишите в виде процентов:

а) 0,34; б) 0,6; в) 0,09; г) $\frac{4}{5}$; д) $\frac{9}{20}$; е) $\frac{11}{50}$.

2.313 Автомобиль догоняет автобус. Сейчас расстояние между ними 7 км. Скорость автобуса 45,5 км/ч, а скорость автомобиля 59,5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через t ч, если $t = 0,1$; $t = 0,25$; $t = 0,5$?

2.314 Найдите корень уравнения:

а) $11,4b - (2,7b + 3,2b) + 2,35 = 6,2$;

б) $15d - (12,1d - 0,7d) + 5,6 = 20$;

в) $3x + \frac{1}{6} - \left(3\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{4}x\right) = 4\frac{2}{3}$.

2.315 Выполните действия:

$24,062 - 8,04 : (0,763 + 1,237) - 6,25 \cdot 2,74$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Увеличьте:

а) $\frac{4}{7}$ в 3 раза; в) $\frac{2}{9}$ в 18 раз;

б) $1\frac{3}{8}$ в 5 раз; г) $2\frac{6}{13}$ в 13 раз.

2 Сколько метров составляет:

а) $\frac{1}{10}$ км; б) $\frac{2}{5}$ км; в) $\frac{4}{15}$ км; г) $1\frac{7}{30}$ км; д) $6\frac{3}{55}$ км?

3 Найдите значение выражения:

а) $2x + \frac{1}{3}y$ при $x = 2\frac{1}{4}$, $y = 9$;

б) $2\frac{3}{4}x - 1\frac{2}{7}y$ при $x = 1\frac{5}{11}$, $y = 1\frac{2}{3}$.

4 Упростите и найдите значение выражения:

$$4\frac{3}{5}m + 9\frac{6}{7}n - 3\frac{1}{5}m - 5\frac{2}{7}n \text{ при } m = 1\frac{11}{14}, n = 2\frac{5}{8}.$$

5 Автобус от станции до деревни едет $2\frac{2}{5}$ ч со скоростью $60\frac{5}{6}$ км/ч. Каково расстояние между станцией и деревней?

6 В комнате, ширина которой равна $3\frac{1}{4}$ м, а длина — $4\frac{1}{3}$ м, необходимо покрасить пол. Сколько краски понадобится, если для покраски 1 м^2 пола нужно 120 г краски?

13. Нахождение дроби от числа

нахождение дроби
от числа

Напомним, что с помощью умножения на правильную дробь можно находить часть целого (дробь от числа).

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

Рассмотрим решения задач на нахождение дроби от числа для дробей, которые не являются правильными обыкновенными дробями.

Задача 1. Катя за учебный год взяла 35 художественных книг в детской библиотеке. Из них 0,8 книг оказались ей интересными. Сколько книг оказались интересными Кате?

Решение. Для решения задачи надо умножить 35 на 0,8:

$$35 \cdot 0,8 = 28.$$

Ответ. Кате показали интересными 28 книг.

Задача 2. Месячный оклад рабочего 60 000 р. За месяц он получил сумму, которая составила $1\frac{1}{4}$ оклада. Сколько рублей получил рабочий за месяц?

Решение. Рабочий получил $1\frac{1}{4}$ от оклада в 60 000 р. Для решения задачи умножим 60 000 на $1\frac{1}{4}$.

Представим смешанное число в виде неправильной дроби и выполним умножение:

$$60\,000 \cdot 1\frac{1}{4} = 60\,000 \cdot \frac{5}{4} = \frac{60\,000 \cdot 5}{4} = 75\,000 \text{ (р.)}.$$

Ответ. За месяц рабочий получил 75 000 р.

Задача 3. Туристический маршрут составляет 120 км. На байдарке нужно пройти 24 % маршрута. Сколько километров пройдут туристы на байдарке?

Решение. Для решения задачи надо умножить 120 на 0,24, так как 24 % = 0,24. Получим

$$120 \cdot 0,24 = 28,8 \text{ (км)}.$$

Ответ. На байдарке туристы пройдут 28,8 км.

Задача 4. Вкладчик положил в банк 600 000 р. под 6 % годовых. Какая сумма будет у него на счёте через год?

Решение.

Первый способ.

Найдём, сколько будет начислено денег по процентам через год:

$$600\,000 \cdot 0,06 = 36\,000 \text{ (р.)}.$$

Вычислим сумму на счёте через год:

$$600\,000 + 36\,000 = 636\,000 \text{ (р.)}.$$

Второй способ.

Найдём, сколько процентов от исходной суммы будет на счёте через год:

$$100\% + 6\% = 106\%.$$

Вычислим сумму на счёте через год:

$$600\,000 \cdot 1,06 = 636\,000 \text{ (р.)}.$$

Ответ. Через год на счёте будет 636 000 р.



Как найти дробь от числа?
Как найти проценты от числа?

К

2.316 Вычислите:



а) $\frac{2}{7}$ от 14; б) $\frac{5}{9}$ от 48; в) $\frac{9}{4}$ от $\frac{8}{27}$; г) $\frac{4}{9}$ от $\frac{3}{16}$.

2.317 Вычислите:



а) 0,7 от 40; б) 0,35 от 60; в) 0,3 от 0,9; г) 0,6 от 5,7.

2.318 Найдите:

а) $1\frac{1}{7}$ от $\frac{7}{8}$; б) $1\frac{4}{5}$ от 200; в) $1\frac{2}{7}$ от $4\frac{2}{3}$; г) 3,25 от $\frac{4}{13}$.

2.319 Вычислите:



а) 40 % от 30; б) 55 % от 13,8; в) 63 % от $\frac{4}{9}$; г) 78 % от $26\frac{1}{3}$.

2.320 Найдите 45 %, 75 %, 90 %, 102 %, 145 %, 200 % от 250 р. Сравните полученные результаты с 250 р.

2.321 Что больше и на сколько:

а) 24 % от 46 или 42 % от 25; в) 65 % от 52 или 52 % от 65;
б) 76 % от 120 или 112 % от 84; г) 0,2 % от 50 или 0,5 % от 20?

2.322 а) В бочке 130 л воды. Для полива использовали 0,6 этой воды. Сколько литров воды использовали для полива?

б) В бочке 130 л воды. Израсходовали $\frac{3}{5}$ этой воды. Сколько литров воды израсходовали?

в) В бочке 130 л воды, 60 % этой воды ушло на полив огорода. Сколько литров воды ушло на полив огорода?

2.323 На автостоянке было припарковано 20 автомобилей отечественного и зарубежного производства. Иномарки составляли 0,45 всех автомобилей. Сколько автомобилей отечественного производства было на стоянке?

2.324 Масса одного учебника 260 г. Масса одной тетради составляет 0,15 массы учебника. Чему равна масса четырёх учебников и пяти тетрадей?

2.325 В художественной школе организовали выставку детских рисунков, на которой было представлено 144 работы. При этом графические рисунки составляли $\frac{5}{18}$ всех работ, рисунки акварелью — 75% остальных работ. Сколько рисунков акварелью было представлено на выставке?

- 2.326** Расстояние между портами Владивостока и Санкт-Петербурга через Панамский канал равно около 14 тыс. морских миль. Расстояние между этими портами через Суэцкий канал составляет 0,864 расстояния через Панамский канал, а по Северному морскому пути 66 % расстояния между портами через Суэцкий канал. Сколько километров между портами Владивостока и Санкт-Петербурга по Северному морскому пути, если 1 морская миля равна 1852 м?
- 2.327** Длина школьного спортивного зала равна 30 м, ширина составляет $\frac{3}{5}$ длины, а высота — 0,3 ширины. Найдите объём и площадь спортивного зала.
- 2.328** В бензобаке было 42,5 л бензина. По дороге в деревню было израсходовано 0,3 бензина. Сколько литров бензина осталось?
- 2.329** Ежегодно предприятие индексирует оклад сотрудников на 3 %. Какой будет оклад через год; два года работы сотрудника с окладом 48 000 р.?
- 2.330** В интернет-магазине ноутбук стоит 36 000 р., а в магазине электроники его цена составляет 120 % от цены в интернет-магазине. Сколько стоит ноутбук в магазине электроники?
- 2.331** В городе Камень-на-Оби глубина реки к началу паводка в апреле была 320 см. За апрель уровень реки поднялся на 48 %, а в мае опустился на 16 % от уровня подъёма в апреле. Найдите глубину реки в начале июня.
- 2.332** Вкладчик положил в банк 540 тыс. р. под 5% годовых, с условием зачисления суммы, полученной по процентам, на этот же счёт. Какая сумма будет у него через: а) 1 год; б) 2 года?
- 2.333** Андрей решил $1\frac{1}{5}$ задач от 30 запланированных задач для решения на неделю. Сколько задач он решил?
- 2.334** На осеннюю ярмарку фермер привёз $7\frac{1}{5}$ т картофеля. В первую неделю он продал 0,4 всего картофеля, а во вторую неделю — $\frac{4}{5}$ того, что было продано в первую. Сколько тонн картофеля фермеру осталось продать?
- 2.335** До обеда бригада собрала 0,65 нормы хлопка, а после обеда — $\frac{7}{13}$ нормы хлопка, собранного до обеда. Собрала ли бригада за день положенную норму хлопка?
- 2.336** За три дня, с 26 по 28 июля 2010 г., в Новосибирске выпало 87 % месячной нормы осадков. При этом пик — $\frac{2}{3}$ выпавших осадков — пришёлся на 27 июля, а наименьшее количество осадков — 0,4 оставшейся части — выпало в третий день. Сколько процентов месячной нормы осадков выпадало ежедневно в период с 26 по 28 июля?
- 2.337** Если на калькуляторе есть клавиша %, то, например, найти 24,4 % от числа 7,25 можно по алгоритму $7,25 \times 24,4 \%$. Вычислите: а) 0,4 % от 19,35; б) 89 % от 15,7. Если такой клавиши нет, то переведите проценты в десятичные дроби и вычислите.





2.338 Вычислите.

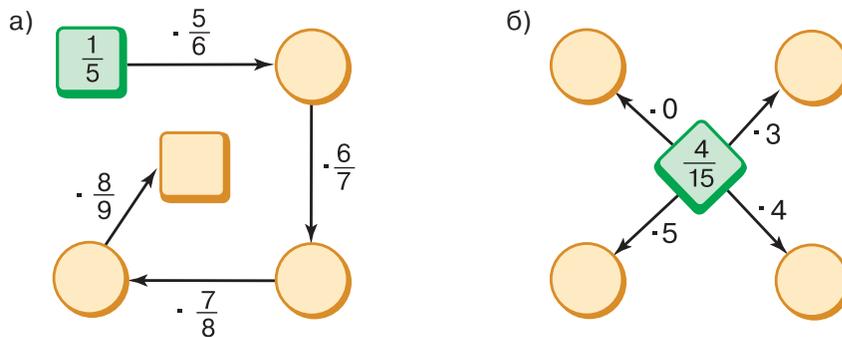
$\begin{array}{r} 1,25 \cdot 2 \\ + 1,7 \\ - 1,5 \\ \hline : 9 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 14,7 : 7 \\ - 1,6 \\ + 3,3 \\ \hline : 2 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \cdot 0,5 \\ + 3,6 \\ - 2 \\ \hline : 0,7 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 2^2 : 0,25 \\ - 1,6 \\ : 1,2 \\ + 0,8 \\ \hline ? \end{array}$
---	---	--	--

2.339 Вычислите: а) $\left(1\frac{1}{5}\right)^2$; б) $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)^2$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{9}\right)^2$.

2.340 Какое число прибавили к $\frac{1}{3}$ и получили:

а) 1; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $1\frac{1}{12}$; д) $2\frac{5}{24}$?

2.341 Найдите числа, которых не хватает в цепочке и на схеме.



2.342 Выполните действия:

а) $3\frac{1}{11} + 2\frac{3}{22}$; б) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{5}$; в) $4 - 2\frac{4}{7}$; г) $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}$.

2.343 Найдите значение произведения:

а) $\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3}$; б) $3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$; в) $2\frac{4}{7} \cdot 3\frac{1}{9}$.

2.344 Выполните действия:

а) $\frac{9}{52} \cdot 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \left(3\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{60}{97} + \frac{5}{36} \cdot 1\frac{4}{5}$; б) $\left(\frac{5}{9} + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(28\frac{6}{7} - 19\frac{5}{14}\right) \cdot \frac{9}{17} - \frac{1}{5}$.

2.345 Найдите, между какими соседними натуральными числами расположены числа $2\frac{3}{5}$, $\frac{54}{11}$, $\frac{101}{60}$.

2.346 Найдите какие-нибудь четыре решения неравенства:

а) $a < 0,7$; б) $3 < b < 5$; в) $8\frac{1}{2} < c < 9\frac{1}{7}$; г) $0,2 < d < 0,3$.

2.347 Сколькими способами можно выбрать четырёх участников марафона из 16 человек?

2.348 Для ателье закупили 36 м шерстяной ткани, бархата — в $1\frac{1}{6}$ раза больше, чем шерстяной ткани, а хлопковой ткани — в $2\frac{1}{3}$ раза больше, чем бархата. Сколько метров хлопковой ткани купили?

2.349 Найдите высоту прямоугольного параллелепипеда, если его объём равен $28,8 \text{ см}^3$ и в основании лежит квадрат со стороной $2,4 \text{ см}$.

2.350 Найдите корень уравнения:

$$1) 178,87 - (b - 13,4) = 174,77; \quad 2) 243,82 - (17,1 - c) = 231,32.$$



2.351 Вычислите и проверьте вычисления с помощью калькулятора:

- 1) $557,55 \cdot (1,3689 + 0,7311) : (3,4 \cdot 15,7 - 47,08)$;
- 2) $537,84 \cdot (0,9078 + 1,2922) : (2,8 \cdot 14,7 - 36,76)$;
- 3) $(64,5 - 7,02 : 7,8) \cdot (72 - 561,15 : 8,7) - 152,6$;
- 4) $(16,3 - 6,88 : 8,6) \cdot (11,49 - 326,61 : 57) + 513,23$.



2.352 В первом магазине цена коробки конфет 418 р. , а цена во втором магазине составляет $\frac{18}{19}$ от цены в первом магазине. На сколько рублей коробка конфет во втором магазине дешевле?

2.353 Овощная смесь состоит из горошка и моркови. Масса моркови составляет $\frac{11}{13}$ массы горошка. Найдите массу смеси, если горошка в ней $435,5 \text{ г}$.

2.354 Угол A равен 40° , а угол B составляет 135% от угла A . Найдите градусную меру суммы углов A и B .

2.355 На пакетице семян огурцов указан процент всхожести — 98% . Сколько семян из партии 150 штук может не взойти?

2.356 Численность населения Московской области в 2018 г. составляла примерно $7,6 \text{ млн}$ человек. За год прирост населения составил $1,3\%$. Найдите численность населения Московской области в 2019 г.

2.357 Фабрика произвела $36\,000$ пар женской и мужской обуви. В магазины было отгружено $0,7$ всех пар мужской обуви и $0,8$ всех пар женской обуви. Сколько всего пар обуви отгрузили в магазины, если мужская обувь составляет $\frac{5}{9}$ всей обуви?

2.358 На участке сибирского леса 70% занимает лиственница, $\frac{5}{12}$ оставшейся площади занимает кедр, а остальную площадь — лиственные деревья. Сколько гектаров занимают лиственные деревья, если площадь всего участка 720 га ?

2.359 В кинотеатр на дневной сеанс пришло 240 человек. Из них $\frac{5}{12}$ — дети, $0,4$ от количества детей — подростки, остальные — взрослые. Сколько взрослых пришло на сеанс?

2.360 а) В теплицах $\frac{3}{7}$ всех тюльпанов — красные, $\frac{7}{12}$ оставшихся тюльпанов — белые, а остальные — жёлтые и розовые. Какую часть тюльпанов составляют жёлтые и розовые?

б) Сколько жёлтых и розовых тюльпанов, если всего в теплице 4830 тюльпанов?

2.361 Бюджет семьи в марте распределился следующим образом: 70% бюджета составили затраты на питание и на товары повседневного спроса. Оплата коммунальных услуг и налогов составила 20% затрат на питание и товары повседневного спроса, а остальное было израсходовано на культурный досуг и занятия спортом. Сколько процентов всего бюджета составили расходы на спорт и досуг?

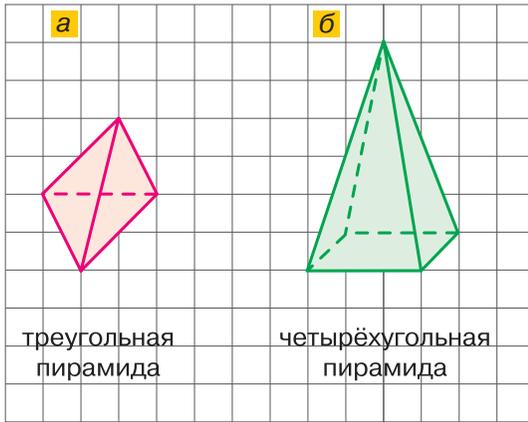


Рис. 2.8

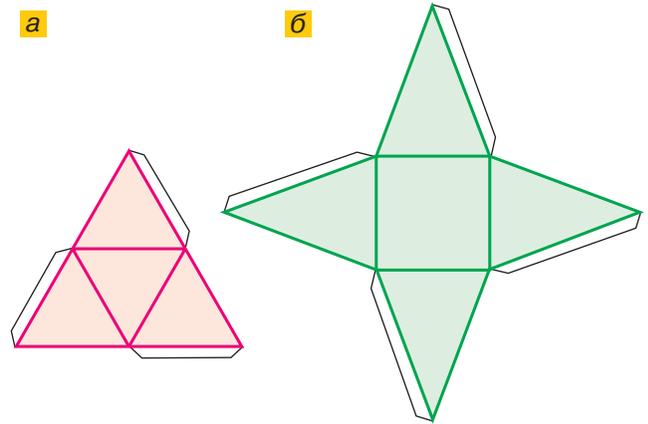


Рис. 2.9

пирамида Фигуры на рисунке 2.8 называют **пирамидами**, а на рисунке 2.9 — **развёртками пирамид**. У пирамид боковые грани — треугольники, а основание — многоугольник. Название пирамиды зависит от того, какой многоугольник лежит в её основании.

2.362 Практическая работа

Оборудование: карандаш, линейка, транспортир, плотная бумага, ножницы, клей.

а) **Задание:** склейте модель треугольной пирамиды (рис. 2.8, а).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку треугольной пирамиды по следующему алгоритму:

1. Постройте равносторонний треугольник, используя алгоритм задачи 1.136, с. 34. Сторону треугольника возьмите больше 12 см, но меньше 20 см.
2. Разделите каждую сторону треугольника пополам и соедините точки деления отрезками.

2) Нарисуйте клапаны (рис. 2.9, а).

3) Склейте модель треугольной пирамиды.

б) **Задание:** сделайте модель четырёхугольной пирамиды (рис. 2.8, б).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку четырёхугольной пирамиды по следующему алгоритму:

1. Постройте квадрат, сторона которого больше 6 см, но меньше 10 см.
2. На сторонах квадрата постройте одинаковые равнобедренные треугольники, используя алгоритм задачи 1.136, с. 34 (сторона квадрата — основание равнобедренного треугольника). Боковую сторону треугольника возьмите больше 8 см, но меньше 16 см.

2) Нарисуйте клапаны (рис. 2.9, б).

3) Склейте модель четырёхугольной пирамиды.

2.363 Найдите значение выражения:

- а) $23,535 : 0,9 - 0,552 : 0,6 + 0,902 : 2,2$;
- б) $(0,0256 : 1,6 + 1,6 \cdot 0,04) \cdot 41,25$;
- в) $(31,941 : 6,3 - 3,2) : 0,01$;
- г) $(4,6 \cdot 2,5 - 31,5 : 3,5) : 6,25$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Вычислите:

а) $\frac{2}{3}$ от 21; б) $\frac{2}{5}$ от $\frac{5}{7}$; в) $\frac{17}{18}$ от $1\frac{4}{51}$; г) $2\frac{4}{25}$ от $1\frac{29}{36}$.

2 Что больше: $2\frac{2}{7}$ от 42 или $1\frac{2}{3}$ от 57?

3 В зоомагазине представлено 2400 наименований товаров. Известно, что 23 % наименований — товары для кошек, 17 % наименований — товары для собак.

а) Сколько в зоомагазине наименований товаров для кошек?

б) Во сколько раз наименований товаров для кошек больше, чем наименований товаров для собак?

г) Сколько наименований товаров будет в зоомагазине, если его ассортимент будет расширен на 13 %?

14. Применение распределительного свойства умножения

Рассмотрим на примерах, как распределительное свойство умножения позволяет упрощать вычисления.

Пример 1. Вычислим значение выражения $\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{5}\right) \cdot 35$.

Применим распределительное свойство умножения относительно вычитания:

$$\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{5}\right) \cdot 35 = \frac{5}{7} \cdot 35 - \frac{2}{5} \cdot 35 = 25 - 14 = 11.$$

Пример 2. Вычислим значение произведения $3\frac{1}{22} \cdot 11$.

Представим число $3\frac{1}{22}$ в виде суммы его целой и дробной частей: $3\frac{1}{22} = 3 + \frac{1}{22}$.

Применим распределительное свойство:

$$3\frac{1}{22} \cdot 11 = \left(3 + \frac{1}{22}\right) \cdot 11 = 3 \cdot 11 + \frac{1}{22} \cdot 11 = 33 + \frac{1}{2} = 33\frac{1}{2}.$$

*алгоритм
умножения
смешанного числа
на натуральное
число*

Чтобы умножить смешанное число на натуральное число, можно:

- 1) умножить целую часть на натуральное число;
- 2) умножить дробную часть на натуральное число;
- 3) сложить полученные результаты.

Пример 3. Найдём значение выражения $6\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} + 3\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5}$.

Используя распределительное свойство, представим эту сумму в виде произведения суммы $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$ и числа $\frac{3}{5}$:

$$6\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} + 3\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5} = \left(6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{5} = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6.$$

Распределительное свойство умножения позволяет упростить и выражения вида $\frac{5}{6}c - \frac{1}{3}c$ и $\frac{2}{3}x + \frac{5}{7}x$:

$$\frac{5}{6}c - \frac{1}{3}c = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)c = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right)c = \frac{3}{6}c = \frac{1}{2}c;$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{5}{7}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right)x = \left(\frac{14}{21} + \frac{15}{21}\right)x = \frac{29}{21}x = 1\frac{8}{21}x.$$

В простых случаях можно писать сразу:

$$\frac{4}{7}x + \frac{3}{7}x = x; \quad \frac{9}{11}x - \frac{7}{11}x = \frac{2}{11}x.$$

 Расскажите о двух способах умножения смешанного числа на натуральное число.

К

2.364 Выполните действия:

а) $\left(\frac{4}{9} + \frac{7}{36}\right) \cdot 36;$ в) $\left(\frac{5}{12} + \frac{11}{18}\right) \cdot 36;$ д) $\left(\frac{15}{24} + \frac{7}{36}\right) \cdot 12;$

б) $\left(\frac{17}{18} - \frac{5}{6}\right) \cdot 18;$ г) $\left(\frac{10}{11} - \frac{19}{33}\right) \cdot 66;$ е) $\left(\frac{25}{26} - \frac{27}{65}\right) \cdot 91.$

2.365 Найдите произведение:

а) $3\frac{1}{9} \cdot 5;$ в) $4 \cdot 2\frac{1}{5};$ д) $5\frac{1}{5} \cdot 5;$ ж) $6 \cdot 10\frac{1}{6};$ и) $23\frac{5}{8} \cdot 8;$

б) $8\frac{2}{9} \cdot 4;$ г) $8 \cdot 2\frac{1}{11};$ е) $3\frac{3}{7} \cdot 7;$ з) $11\frac{1}{3} \cdot 3;$ к) $11\frac{7}{15} \cdot 15.$

 **2.366** Найдите значение выражения:

а) $\left(4\frac{5}{9} + \frac{4}{9}\right) \cdot 9;$ б) $\left(2\frac{3}{4} + 7\frac{1}{3}\right) \cdot 6;$ в) $\left(10 - 2\frac{1}{11}\right) \cdot 11;$ г) $\left(8 - 1\frac{2}{5} \cdot 3\right) \cdot 25.$

 **2.367** Выполните действия:

а) $7\frac{4}{13} \cdot 5\frac{5}{7} + 7\frac{4}{13} \cdot 7\frac{2}{7};$ б) $7\frac{3}{4} \cdot 10\frac{3}{8} - 3\frac{3}{8} \cdot 7\frac{3}{4};$ в) $4\frac{3}{5} \cdot 4\frac{3}{5} + 4\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}.$

2.368 Упростите выражение:

а) $\frac{3}{7}a + \frac{2}{7}a;$ в) $\frac{7}{9}c - \frac{11}{18}c;$ д) $\frac{4}{13}p + \frac{9}{13}p;$ ж) $z - \frac{1}{9}z;$

б) $\frac{9}{14}n - \frac{3}{14}n;$ г) $\frac{7}{8}x - \frac{5}{6}x;$ е) $\frac{4}{11}a + a;$ з) $1\frac{3}{4}t - \frac{7}{8}t.$

2.369 Упростите выражение:

а) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{15}x - \frac{4}{15}x;$ в) $\frac{7}{24}z + \left(\frac{11}{12}z - \frac{2}{3}z\right);$

б) $\frac{3}{4}a - \frac{5}{8}a + \frac{7}{8}a;$ г) $\frac{9}{14}c - \left(\frac{3}{14}c + \frac{2}{7}c\right).$

 **2.370** Ваня за одну минуту проходит $83\frac{2}{3}$ м. Какое расстояние он пройдёт за 3 мин; 20 мин; 1 ч?

 **2.371** Найдите корень уравнения:

а) $\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}y\right) \cdot 20 = 3$; в) $\frac{5}{7}x + \frac{2}{7}x = 23$;

б) $\left(\frac{6}{7}x - \frac{1}{3}\right) \cdot 21 = 32$; г) $\frac{11}{15}n + \frac{3}{5}n - \frac{1}{3}n = 9$.

 **2.372** Бобр живёт 15 лет, лев — в $1\frac{2}{3}$ раза дольше бобра, а дельфин — в 3 раза дольше льва. Сколько лет составляет продолжительность жизни дельфина?

2.373 На дачном участке есть сад и огород прямоугольной формы. Длина сада $13\frac{7}{10}$ м, а ширина 9 м. Ширина огорода 9 м, а длина $10\frac{7}{10}$ м. На сколько площадь огорода меньше площади сада?

2.374 Маршрут равен s км. В первый день туристы прошли $\frac{1}{4}$ маршрута. Какую часть маршрута осталось пройти? Найдите значение получившегося выражения при $s = 56$; $s = 232$; $s = 188\frac{4}{5}$.

 **2.375** В первый день Маша прочитала $\frac{3}{14}$ всей повести, во второй день — $\frac{1}{7}$ всей повести. Сколько страниц прочитала Маша за два дня, если вся повесть занимает a страниц? Составьте выражение для решения задачи, упростите его и найдите значение при $a = 42$; $a = 70$; $a = 98$.

2.376 В двухкомнатной квартире жилой площадью a м² одна комната составляет 0,48 жилой площади, а другая составляет $\frac{5}{8}$ площади первой комнаты. Чему равна площадь двух комнат вместе? Найдите значение получившегося выражения при $a = 45$; $a = 70$.

2.377 На заправке было b тыс. л бензина. В первый день продали $\frac{3}{8}$ этого бензина, во второй — 0,4 того количества, которое продали в первый день. Сколько бензина осталось на заправке? Найдите значение получившегося выражения при $b = 6,4$; $b = 56\frac{1}{4}$.

2.378 Кладовщик в первый раз выдал 45 % имеющегося творога, во второй раз — 60 % остатка. Сколько килограммов творога осталось на складе, если первоначально было n кг? Найдите значение получившегося выражения при $n = 2300$; $n = 700$; $n = 90$.

 **2.379** Найдите значение выражения:

а) $\left(2\frac{1}{4} + 1\frac{5}{6}\right) \cdot \left(4 - 3\frac{38}{49}\right)$; в) $\left(2 + 1\frac{8}{9}\right) \cdot \left(3\frac{4}{5} - \frac{38}{55}\right)$;

б) $\left(2 + 3\frac{11}{18}\right) \cdot \left(20 - 17\frac{9}{16}\right)$; г) $5\frac{13}{15} \cdot \frac{5}{11} - 7\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}$.

2.380 Значение какого выражения больше:

$$\left(7 - 6\frac{4}{7}\right) \cdot \left(4 - 2\frac{1}{4}\right) \text{ или } 7 \cdot 6\frac{4}{7} - 4 \cdot 2\frac{1}{4}?$$

2.381 Найдите значение выражения:

а) $4\frac{3}{5}n + m$ при $n = 1\frac{4}{23}$, $m = 6\frac{13}{30}$; б) $5\frac{1}{7}(n + m)$ при $n = 1\frac{7}{9}$, $m = 2\frac{1}{9}$.



2.382 Вычислите.

$\begin{array}{r} 90 - 73 \\ \cdot 4 \\ - 26 \\ \hline : 7 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 750 : 250 \\ \cdot 140 \\ + 360 \\ \hline : 20 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,7 \cdot 6 \\ - 3,6 \\ + 5 \\ \hline : 14 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 5,4 : 0,9 \\ \cdot 0,4 \\ + 1,6 \\ \hline : 10 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,48 : 0,6 \\ + 4,2 \\ : 2,5 \\ \cdot 10 \\ \hline ? \end{array}$
---	---	---	---	---

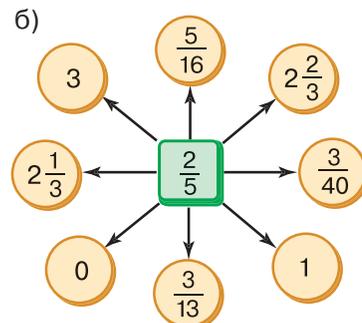
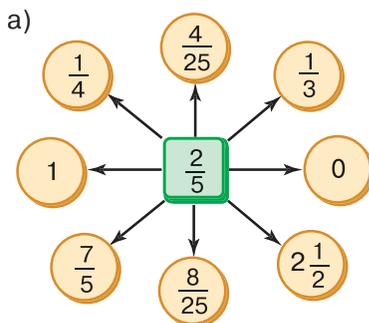
2.383 Найдите произведение:

а) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{7} \cdot \frac{7}{17} \cdot \frac{17}{28}$; б) $\frac{13}{17} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{17}{13} \cdot \frac{19}{15}$; в) $7 \cdot \frac{1}{7} \cdot 8 \cdot \frac{1}{8} \cdot 9 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10 \cdot \frac{1}{10}$.

2.384 Выполните действия: а) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{4}$; в) $\left(1 - \frac{4}{5}\right)^3$.

2.385 Найдите число, от которого отняли $\frac{1}{3}$ и получили: а) 1; б) $\frac{1}{6}$; в) $\frac{5}{6}$; г) $\frac{23}{24}$; д) $1\frac{5}{6}$.

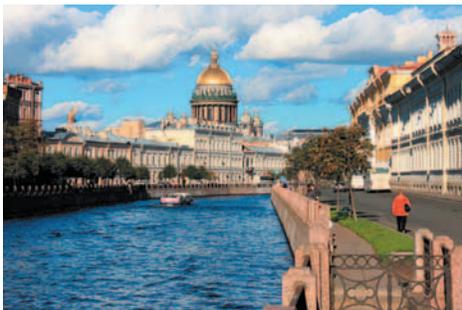
2.386 Как из числа, записанного в квадратике, получить числа, записанные в кружках?



2.387 Подсчитайте на своих моделях число граней, вершин, рёбер у треугольной пирамиды; у четырёхугольной пирамиды. А сколько граней, вершин, рёбер у семиугольной пирамиды?

2.388 Корабли возвращаются в порт приписки после каждого рейса. У первого корабля рейс длится 6 дней, у второго — 5 дней, а у третьего — 20 дней. Через сколько дней корабли опять встретятся в порту, если в первый рейс они вышли одновременно?

2.389 Юрий Долгорукий основал Москву в 1147 г., а Пётр I — Санкт-Петербург в 1703 г. Какой город моложе и на сколько лет?



Набережная реки Мойки
в Санкт-Петербурге



Новодевичий монастырь
в Москве

2.390 а) Было собрано 180 кг яблок. На приготовление сока израсходовали $\frac{7}{12}$ всех яблок, а остальные яблоки оставили в свежем виде на зиму. Сколько килограммов яблок было оставлено на зиму?

б) В саду посажены 24 куста чёрной и красной смородины. Красная смородина составила 0,25 всех кустов. Сколько кустов чёрной смородины было посажено в саду?



2.391 В библиотеке 2450 книг. Книги для детей составляют 0,4 всех книг. Сколько книг для детей в библиотеке? Сколько в библиотеке книг для взрослых?



2.392 В субботу Катя прочитала $\frac{4}{9}$ всей книги, причём до обеда она прочитала $\frac{3}{5}$ прочитанного за субботу. Какую часть книги прочитала Катя до обеда в субботу?

2.393 Музыкальный телевизионный конкурс проходил в три этапа. По результатам первого этапа 40 % участников не прошли на второй этап, а по результатам второго этапа 75 % оставшихся участников не попали на третий этап. Сколько процентов участников конкурса состязалось на третьем этапе?



2.394 Со склада выдали в первый раз для штукатурки стен $\frac{4}{9}$ имеющейся сухой смеси, а во второй раз — 0,4 оставшейся смеси. Сколько килограммов смеси выдали во второй раз, если на складе первоначально было 4500 кг?



2.395 Выполните действия:

а) $\frac{27}{35} \cdot \frac{7}{9} - \frac{9}{24} \cdot \frac{6}{45}$; в) $12\frac{1}{10} \cdot 2\frac{4}{11} + 2\frac{24}{31} \cdot 7\frac{3}{4}$; д) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$;

б) $1\frac{41}{44} \cdot \frac{11}{17} - \frac{27}{40} \cdot \frac{5}{18}$; г) $13\frac{2}{7} - 5\frac{5}{8} \cdot \left(1\frac{2}{9} - \frac{39}{45}\right)$; е) $\left(\frac{7}{8}\right)^2$.

2.396 Вычислите:

1) $(4,51 : 1,1 + 5,3) \cdot (8,4 - 10,23 : 3,1)$; 2) $(4,05 : 2,7 - 1,2) \cdot (2,5 + 8,37 : 2,7)$.



2.397 Найдите произведение:

а) $8\frac{4}{15} \cdot 2$; б) $3\frac{9}{14} \cdot 7$; в) $7\frac{4}{27} \cdot 5$; г) $8 \cdot 2\frac{1}{8}$; д) $5\frac{5}{6} \cdot 3$; е) $7\frac{7}{11} \cdot 11$.

2.398 Вычислите:

а) $\left(4\frac{3}{4} - 3\frac{1}{12}\right) \cdot 4$; в) $7\frac{4}{19} \cdot 6\frac{1}{4} + 4\frac{15}{19} \cdot 6\frac{1}{4}$; д) $\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{16}\right) \cdot 2\frac{10}{11}$;

б) $\left(5\frac{14}{19} - 5\frac{1}{38}\right) \cdot 38$; г) $3\frac{1}{14} \cdot 17\frac{7}{29} - 3\frac{1}{14} \cdot 3\frac{7}{29}$; е) $2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{16} - 1\frac{7}{8}\right)$.

2.399 Упростите и найдите значение выражения:

а) $\frac{4}{7}x + \frac{5}{14}x$ при $x = 5\frac{1}{4}$; $\frac{9}{13}$; в) $\frac{17}{42}c - \frac{2}{7}c + \frac{7}{18}c$ при $c = 3\frac{1}{2}$; $2\frac{5}{8}$;

б) $\frac{5}{16}y + y - \frac{3}{8}y$ при $y = 1\frac{1}{15}$; $1\frac{7}{8}$; г) $\frac{3}{4}n + \frac{2}{3}n - \frac{4}{18}n$ при $n = 1\frac{13}{23}$; $\frac{6}{41}$.

2.400 Поезд шёл 5 ч со скоростью $50\frac{3}{4}$ км/ч и 5 ч со скоростью $50\frac{1}{4}$ км/ч. Сколько километров прошёл поезд за эти 10 ч?

- 2.401** Первая упаковка моркови весит $3\frac{3}{10}$ кг, а вторая — в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Сколько моркови будет во второй упаковке, если в неё добавить ещё $1\frac{3}{4}$ кг моркови?
- 2.402** Маша читала рассказ в течение $\frac{1}{6}$ ч, а учила стихотворение на $\frac{1}{4}$ ч дольше, чем читала рассказ. Сколько минут Маша затратила на выполнение домашнего задания по литературе?
- 2.403** Из $\frac{2}{7}$ собранных ягод чёрной смородины сварили кисель, из 70 % — варенье, а оставшиеся ягоды съели. Сколько килограммов ягод съели, если всего собрали 2,8 кг ягод?
- 2.404** В первый день убрали $\frac{4}{7}$ площади, засеянной подсолнечником, во второй день — 0,7 оставшейся площади. Сколько гектаров подсолнечника убрали за эти два дня, если было засеяно s га? Найдите значение получившегося выражения при $s = 35$; $s = 42$.
- 2.405** На обувной фабрике было выпущено n пар кроссовок: мужских, женских и детских. Мужские кроссовки составляли 45 % от общего выпуска кроссовок, 80 % от выпуска мужских кроссовок составляли женские кроссовки, а остальные кроссовки были детскими. Сколько пар детских кроссовок было выпущено?
- 2.406** Выполните действия:
 а) $(60,31 + 24,72 : (21,3 - 18,9)) : 2,3$;
 б) $110,864 : (4,1 \cdot 5,2) + 3,74$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1** Вычислите наиболее удобным способом:
- а) $\left(\frac{7}{8} + \frac{5}{6}\right) \cdot 24$; в) $3\frac{4}{7} \cdot 9\frac{16}{17} + 3\frac{4}{7} \cdot 7\frac{1}{17}$;
- б) $101\frac{47}{50} \cdot 250$; г) $9\frac{3}{4} \cdot 10\frac{15}{26} - 10\frac{4}{13} \cdot 9\frac{3}{4}$.
- 2** Упростите выражение:
- а) $\frac{1}{3}x + \frac{7}{9}x + \frac{17}{18}x$;
- б) $1\frac{2}{7}x + 4\frac{5}{7}y + 2\frac{11}{14}x - \frac{11}{14}y$.
- 3** В фермерском хозяйстве для посева фасоли выделено три участка площадью $20\frac{5}{6}$ м², $27\frac{2}{3}$ м² и $29\frac{5}{12}$ м², а для посева гороха — два участка площадью $26\frac{7}{9}$ м² и $31\frac{5}{6}$ м². Сколько килограммов семян фасоли и семян гороха необходимо закупить фермеру, если норма высева фасоли 12 г/м², а норма высева гороха 18 г/м²?

Проверочная работа № 2

1 Упростите выражение и найдите его значение:

а) $\frac{1}{2}p + \frac{3}{14}p$ при $p = 3\frac{1}{2}$;

б) $1\frac{4}{37} + \frac{3}{16}n - \frac{4}{37} + 2\frac{3}{12}n$ при $n = 3\frac{1}{5}$.

2 Решите уравнение:

а) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{12}x = 5$;

б) $3\frac{1}{5}y - 2\frac{6}{25}y = \frac{24}{25}$;

в) $1\frac{3}{8}x - \frac{7}{16}x = 1\frac{7}{8}$.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- взаимно обратные числа

15. Действие деления смешанных чисел

Напомним, что **взаимно обратными числами** называют два числа, произведение которых равно 1.

Числу $\frac{a}{b}$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, обратно число $\frac{b}{a}$.

Любые два числа вида $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ являются взаимно обратными, так как

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1.$$

Пример 1. Вычислим произведение $\frac{6}{13} \cdot \frac{5}{11} \cdot 2\frac{1}{5}$.

$$\frac{6}{13} \cdot \frac{5}{11} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{11}{5} = \frac{6}{13} \cdot \left(\frac{5}{11} \cdot \frac{11}{5}\right) = \frac{6}{13} \cdot 1 = \frac{6}{13}.$$

Если число z сначала умножить на число n , а потом умножить на число, обратное числу n , то получим опять z .

Задача. Ширина прямоугольника равна $1\frac{4}{21}$ дм. Чему равна длина прямоугольника, если его площадь равна $2\frac{6}{7}$ дм²?

Решение. Чтобы найти ширину прямоугольника, надо площадь прямоугольника разделить на длину, т. е. найти частное $2\frac{6}{7}$ и $1\frac{4}{21}$.

Каждое из этих чисел представим в виде неправильной дроби, а затем выполним деление:

$$2\frac{6}{7} : 1\frac{4}{21} = \frac{20}{7} : \frac{25}{21} = \frac{20}{7} \cdot \frac{21}{25} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

Ответ. Длина прямоугольника равна $2\frac{2}{5}$ дм.

Пример 2. Разделим $\frac{9}{11}$ на 5.

Число $\frac{1}{5}$ обратно делителю, поэтому

$$\frac{9}{11} : 5 = \frac{9}{11} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{55}.$$



Какие два числа называют взаимно обратными? Приведите примеры.

Какое число обратно числу $\frac{a}{b}$?

Какое число обратно натуральному числу m ?

Как записать число, обратное смешанному числу?

Как найти частное смешанных чисел?

Как разделить дробь на натуральное число?

К

2.407 Найдите произведение:

а) $9 \cdot \frac{1}{9}$; в) $\frac{13}{101} \cdot \frac{101}{13}$; д) $\frac{5}{12} \cdot 2\frac{2}{5}$; ж) $\frac{4}{15} \cdot 3,75$;

б) $\frac{1}{23} \cdot 23$; г) $\frac{99}{646} \cdot \frac{646}{99}$; е) $2\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{17}$; з) $0,6 \cdot 1\frac{2}{3}$.

2.408 Являются ли числа взаимно обратными:

а) $6\frac{1}{7}$ и $\frac{7}{43}$; в) 1,2 и $\frac{5}{6}$; д) $4\frac{1}{3}$ и $3\frac{1}{4}$;

б) 45 и $\frac{1}{40}$; г) $2\frac{1}{2}$ и 0,4; е) 0 и 1?

2.409 Какое число обратно числу:

а) $\frac{7}{10}$; в) $\frac{2}{5}$; д) $\frac{1}{9}$; ж) 0,6;

б) 11; г) $\frac{9}{23}$; е) $8\frac{13}{15}$; з) 2,75?

2.410 Вычислите произведение:

а) $1\frac{63}{95} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$; б) $2,8 \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{11}{9}$; в) $\frac{42}{47} \cdot 9,8 \cdot \frac{47}{42}$.

2.411 Найдите частное:

а) $1 : 3$; в) $1 : 0,2$; д) $1 : \frac{7}{12}$; ж) $1 : 1,2$;

б) $1 : \frac{1}{6}$; г) $1 : 0,7$; е) $1 : 2\frac{1}{7}$; з) $1 : 1,5$.

2.412 Выполните действия:

а) $\left(\frac{4}{7} + \frac{3}{7}\right) : 100$; б) $\left(\frac{3}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{30}{43}$; в) $\left(1\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{9}$; г) $\left(\frac{8}{21} - \frac{2}{7}\right) \cdot 10\frac{1}{2}$.

2.413 Решите уравнение:

а) $\frac{31}{50}x = 1$; в) $0,4a = 1$; д) $\frac{9}{101}x = \frac{9}{101}$;

б) $\frac{51}{62}y = 1$; г) $0,9b = 1$; е) $\frac{13}{6}y = \frac{13}{6}$.

2.414 Найдите: а) $\frac{1}{15}$ от 15; б) 0,3 от $3\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{3}$ от 1,5; г) 0,25 от 4.

2.415 Фермеру надо вспахать участок земли размером $1\frac{7}{10}$ га. До обеда он вспахал $\frac{10}{17}$ этого участка. Сколько гектаров земли вспахал фермер до обеда?

2.416 Для приготовления блинов потребовалось $\frac{2}{5}$ кг муки, а для выпечки пирогов в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Сколько муки потребовалось для выпечки блинов и пирогов вместе?

2.417 Найдите частное:

а) $\frac{4}{7} : \frac{16}{49}$; б) $\frac{5}{9} : \frac{1}{2}$; в) $\frac{12}{25} : \frac{8}{15}$; г) $\frac{9}{14} : \frac{18}{35}$.

2.418 Выполните деление:

а) $\frac{5}{9} : 5$; б) $\frac{4}{7} : 4$; в) $1 : \frac{5}{13}$; г) $7 : \frac{4}{7}$; д) $9 : \frac{3}{7}$; е) $4 : \frac{8}{9}$.

2.419 Вычислите значение частного:

а) $5\frac{1}{4} : \frac{4}{5}$; б) $2\frac{4}{7} : 1\frac{3}{10}$; д) $5\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$; ж) $0 : 10\frac{7}{15}$;

б) $\frac{2}{13} : 2\frac{2}{13}$; г) $10\frac{3}{5} : 3\frac{3}{5}$; е) $5\frac{3}{7} : 3$; з) $5\frac{1}{16} : 1$.

2.420 Вычислите по формуле площади прямоугольника $S = ab$ значение:

а) S при $a = 5\frac{1}{7}$ и $b = \frac{4}{9}$; б) b при $S = 19$ и $a = 9\frac{1}{2}$.

2.421 Найдите скорость комбайна, который убирает полосу длиной 6 км за $\frac{3}{4}$ ч; за $1\frac{1}{2}$ ч.

2.422 Одно число в $2\frac{4}{9}$ раза больше другого. Найдите эти числа, если их разность равна $10\frac{5}{6}$.

2.423 Некоторое число умножили на $1\frac{2}{23}$, от произведения отняли $3\frac{2}{39}$ и получили $1\frac{37}{39}$. Чему равно это число?

2.424 Два прямоугольника имеют равные площади. Стороны первого прямоугольника равны $8\frac{2}{3}$ см и $1\frac{5}{7}$ см, а одна из сторон второго — $1\frac{1}{7}$ см. Чему равна другая сторона второго прямоугольника?

2.425 Представьте делитель в виде десятичной дроби и найдите частное:

а) $0,75 : \frac{1}{4}$; б) $0,8 : \frac{4}{5}$; в) $0,9 : \frac{3}{5}$; г) $0,16 : \frac{8}{25}$.

2.426 Представьте делитель в виде обыкновенной дроби и найдите частное:

а) $\frac{3}{50} : 0,3$; б) $\frac{5}{8} : 0,625$; в) $\frac{6}{25} : 0,12$; г) $\frac{1}{16} : 0,25$.

2.427 Вычислите:

а) $2\frac{1}{7} \cdot \left(2\frac{1}{4} : 3\frac{6}{7}\right)$; в) $\left(7\frac{1}{3} - 5\frac{1}{6}\right) : 3\frac{1}{3}$; д) $\left(2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}\right) : 4\frac{1}{2}$;
 б) $\left(1\frac{2}{9} + 1\frac{5}{9}\right) \cdot 1\frac{4}{5}$; г) $\left(2\frac{2}{15} - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 6\frac{1}{4}$; е) $\left(7\frac{1}{8} - 6\frac{3}{5}\right) : 4\frac{1}{5}$.



2.428 Выполните действия:

а) $\left(4\frac{1}{3} + 2\frac{3}{15}\right) : \left(4\frac{1}{5} - 1\frac{8}{25}\right)$; б) $\left(8\frac{11}{24} - 7\frac{1}{12}\right) : \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}\right)$.

2.429 Вычислите:

а) $\left(\frac{1}{6} + 0,5 + \frac{1}{8}\right) : 3\frac{1}{6}$; в) $12,5 \cdot 4 - 7\frac{7}{3} : 11 + 4,8 \cdot 9\frac{1}{6}$;
 б) $9 : 0,18 - 37\frac{1}{2} \cdot 0,64$; г) $\left(\left(1\frac{1}{5}\right)^2 - 1,08\right) : 0,03$.

2.430 Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7}z = 1\frac{1}{7}$; б) $\frac{3}{5}n = 2\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$; в) $\frac{4}{9}b + \frac{3}{7} = 1$; г) $\frac{5}{9}m - \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$.



2.431 Найдите корень уравнения:

а) $\frac{1}{9}x + \frac{4}{9}x = 3\frac{1}{18}$; в) $n + \frac{5}{14}n = \frac{1}{7}$; д) $\frac{2}{7}c + \frac{2}{3}c - \frac{11}{21}c = 3\frac{1}{2}$;
 б) $\frac{5}{7}y + \frac{2}{3}y - 4 = \frac{1}{7}$; г) $y - \frac{1}{9}y = 5\frac{1}{3}$; е) $\frac{5}{8}x + x - \frac{3}{4}x = 1\frac{3}{4}$.



2.432 Решите уравнение:

а) $1\frac{5}{7} : x = \frac{6}{7} : 2$; в) $1\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}n + \frac{3}{7}\right) = 2\frac{1}{4}$;
 б) $a : 1\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$; г) $\left(\frac{5}{4}z - \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$.

2.433 Углы AOB и BOC вместе составляют развёрнутый угол AOC . При этом угол AOB в $1\frac{2}{5}$ раза больше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOB и BOC . Выполните построение этих углов с помощью транспортира.

2.434 Луч BK делит прямой угол ABC на углы ABK и KBC . Угол ABK меньше угла KBC в $3\frac{1}{2}$ раза. Найдите градусные меры углов ABK и KBC . Постройте эти углы.

2.435 Мать старше дочери в $4\frac{4}{11}$ раза, или на 37 лет. Сколько лет каждой из них?

2.436 Масса двух арбузов равна $13\frac{3}{4}$ кг. При этом масса одного арбуза составляет $\frac{4}{7}$ массы другого арбуза. Чему равна масса каждого арбуза?

2.437 В День леса два отряда высадили саженцы 780 сосен, причём первый отряд высадил 95 % числа саженцев, высаженных вторым отрядом. Сколько сосен посадил каждый отряд?

 **2.438** Когда велосипедист отъехал от лагеря на $25\frac{5}{6}$ км, из лагеря выехал мотоциклист и догнал его через $\frac{2}{3}$ ч. Скорость велосипедиста составляла $\frac{3}{8}$ скорости мотоциклиста. Найдите скорости мотоциклиста и велосипедиста.

2.439 Группа волонтеров для уборки мусора на Крайнем Севере $2\frac{2}{15}$ ч летела на вертолёте, а затем ещё $3\frac{3}{4}$ ч ехала на вездеходе. При этом на вертолёте она преодолела путь, в $\frac{1}{5}$ раза больший, чем на вездеходе. С какими скоростями группа передвигалась на вертолёте и на вездеходе, если весь путь равен 504 км?

 **2.440** Пёс Барбос с хозяином ехали на автобусе 3 ч со скоростью 76 км/ч, затем 12 ч ехали на поезде и 2 ч шли пешком со скоростью, в 19 раз меньшей скорости автобуса. Найдите их среднюю скорость передвижения, если скорость автобуса составляет $1\frac{1}{3}$ скорости поезда.



2.441 Вычислите.

$\begin{array}{r} 200 - 101 \\ : 3 \\ + 37 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 200 \cdot 5 \\ - 130 \\ : 29 \\ + 270 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \cdot 0,3 \\ + 4,1 \\ : 100 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,45 : 9 \\ \cdot 6 \\ + 2,7 \\ : 0,01 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 5,6 : 0,7 \\ : 20 \\ + 4,8 \\ : 26 \\ \hline ? \end{array}$
--	--	--	---	---

2.442 Запишите наибольшее и наименьшее значения выражения $\frac{4}{7}x$, если $x = 1$; $x = \frac{1}{8}$; $x = 1\frac{3}{4}$; $x = \frac{3}{8}$.

 **2.443** Проверьте вычисления:

а) $15 \cdot 2\frac{1}{5} = 15 \cdot 2 + 15 : 5 = 30 + 3 = 33$;

б) $24 \cdot 4\frac{1}{4} = 24 \cdot 4 + 24 : 4 = 96 + 6 = 102$;

в) $36 \cdot \frac{2}{3} = 36 + 36 : 3 = 36 + 12 = 48$;

г) $98 \cdot \frac{6}{7} = 98 - 98 : 7 = 98 - 14 = 84$.

Ответ объясните.

2.444 Найдите произведение:

а) $4\frac{3}{7} \cdot 7$; б) $9\frac{2}{5} \cdot 5$; в) $3\frac{1}{9} \cdot 3$; г) $7\frac{5}{14} \cdot 7$; д) $5\frac{7}{21} \cdot 7$.

 **2.445** Выполните действия:

а) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$; б) $\frac{1}{21} \cdot 4\frac{1}{5}$; в) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$; г) $3\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{11}$; д) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20}\right) \cdot \frac{4}{5}$; е) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 12$.

2.446 Задания олимпиады по математике распечатывали на трёх принтерах. На первом принтере распечатали 35 % всех заданий, а на втором принтере — 25 % всех заданий. Сколько заданий распечатали на третьем принтере, если всего было 240 заданий?

2.447 Первое число на 1,8 меньше второго и в 2 раза меньше третьего. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 6,2.

2.448 Выполните действия:

1) $21,8 + 7,7 \cdot 105,6 : 4,2 : 12,1 - 3,25$; 2) $12,6 + 5,5 \cdot 176,4 : 2,1 : 10,5 - 4,82$.

2.449 Есть ли число:

- а) обратное самому себе; б) не имеющее обратного?

*строгие,
нестрогие
неравенства*

Кроме **строгих** неравенств со знаками $>$ и $<$, существуют **нестрогие неравенства**, для которых используют знаки \geq (больше или равно) и \leq (меньше или равно). Неравенства $2 \leq 3$ и $7 \geq 7$ верные, так как одно из условий выполнено: 2 меньше 3; 7 равно 7.

2.450 Запишите множество натуральных чисел, которые являются решениями неравенства:

- а) $n < 4$; б) $n \leq 3$; в) $3 \leq n \leq 10$; г) $2 < n \leq 7$; д) $1 \leq n \leq 1,5$.

2.451 Запишите число, обратное числу:

- а) $\frac{3}{11}$; б) 6; в) $7\frac{1}{7}$; г) 0,25; д) 3,2.

2.452 Являются ли числа m и n взаимно обратными, если:

- а) $m = 0,5$, $n = 2$; б) $m = 1,75$, $n = \frac{4}{7}$; в) $m = 0,35$, $n = 2\frac{6}{7}$?

2.453 Найдите частное и результат округлите до тысячных:

- а) $4,8 : 0,9$; б) $25,31 : 2,4$; в) $234 : 21$; г) $0,00539 : 1,2$.

2.454 Округлите числа:

- а) 0,588; 2,062; 3,850; 9,3762 до сотых;
б) 0,0915; 0,7549; 2,4587; 6,59012 до тысячных.

2.455 Пчёлка Лили при сборе нектара пролетела расстояние между ульем и цветком за 1 мин 15 с, а пчёлка Фили — на 16 % быстрее. Сколько времени летела Фили?

2.456

1) Телевизионная антенна улавливает 60 каналов. Из них 35 каналов Свете неинтересны, и она их никогда не включает, 0,6 от числа остальных каналов показывают новости, 0,2 от числа новостных каналов — музыкальные, а остальные — детские и познавательные, которые Света любит смотреть. Сколько каналов любит смотреть Света?

2) В библиотеке на стеллаже стояло 180 книг. Из них 60 — учебники, 0,7 от числа остальных книг — художественная литература, 0,25 от числа книг художественной литературы — познавательная, а остальные книги — справочная литература и энциклопедии. Сколько экземпляров справочной и энциклопедической литературы стояло на стеллаже?

2.457 Найдите корень уравнения:

- 1) $(0,3x + 0,5x) \cdot 4,5 = 10,8$; 3) $(z - 0,4z) : 0,4 = 1,2$;
2) $(0,9x - 0,4x) \cdot 7,2 = 10,8$; 4) $(0,8z + z) : 0,9 = 1,6$.

2.458 Какие числа обратны числам:

- а) $\frac{10}{36}$, $\frac{13}{65}$, $\frac{31}{65}$, $\frac{13}{134}$, $\frac{17}{428}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{36}{7}$; б) $13\frac{13}{14}$, $\frac{1}{40}$, 50, 100, 1, 0,5, 2,8?

2.459 Найдите значение выражения:

- а) $\frac{6}{13} \cdot 19\frac{1}{2}$; в) $0,4 \cdot 3\frac{1}{3}$; д) $(0,3 + 0,5) \cdot 1\frac{1}{2}$;
б) $1\frac{10}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$; г) $0,6 \cdot \frac{2}{3}$; е) $(1,3 - 0,7) \cdot 1\frac{2}{3}$.

- 2.460** Пятое из пяти чисел равно 21,5, первое меньше второго в 1,6 раза, третье больше первого в 2,1 раза, а четвёртое больше первого в 1,8 раза. Найдите эти пять чисел, если их среднее арифметическое равно 14,7.
- 2.461** Найдите частное:
- а) $\frac{5}{4} : \frac{2}{15}$; в) $\frac{64}{131} : \frac{32}{52}$; д) $9 : \frac{3}{4}$; ж) $1\frac{3}{7} : 1\frac{1}{14}$; и) $3\frac{8}{19} : 5\frac{15}{38}$;
 б) $\frac{2}{3} : \frac{8}{9}$; г) $\frac{64}{125} : 4$; е) $9 : 4$; з) $2\frac{1}{3} : 7\frac{1}{9}$; к) $4\frac{17}{36} : 19\frac{1}{6}$.
- 2.462** Выполните действия:
- а) $7\frac{2}{9} : 4\frac{1}{3} \cdot 9$; б) $5\frac{3}{7} : \frac{8}{21} : 2\frac{3}{8}$; в) $1\frac{11}{21} \cdot 3\frac{8}{9} : 1\frac{7}{9}$; г) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{11} : 1\frac{1}{11}$.
- 2.463** Найдите значение выражения:
- а) $\frac{4}{5} : 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} - 1 : 1\frac{3}{8}$; г) $\left(2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}\right) \cdot 9\frac{3}{5}$;
 б) $2\frac{1}{6} : \left(1\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right) + \left(2\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right) : 5\frac{3}{4}$; д) $\left(10\frac{5}{13} - 7\frac{23}{26}\right) : \frac{5}{6}$;
 в) $\left(\frac{1}{4} + 1\frac{11}{14}\right) \cdot \frac{14}{57} - \frac{2}{3} : 1\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{32}$; е) $\left(\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8}$.
- 2.464** Решите уравнение:
- а) $(z - 6) \cdot \frac{3}{7} = 3$; б) $5\frac{1}{4}y - 5\frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$.
- 2.465** С какой скоростью летел самолёт, если за $\frac{2}{5}$ ч он пролетел 360 км?
- 2.466** У велосипеда, изобретённого крепостным уральским мастером Ефимом Артамоновым в 1800 г., переднее колесо было больше заднего. Длина окружности переднего колеса была равна $3\frac{1}{7}$ м, а заднего — $1\frac{4}{7}$ м. Сколько оборотов делало заднее колесо за $5\frac{1}{2}$ оборота переднего колеса?
- 2.467** Ёмкость объёмом 15 м^3 наполняется водой через шланг за $8\frac{1}{3}$ ч. Сколько кубометров воды пропускает шланг за 1 ч?
- 2.468** Расход бензина в автомобиле при пробеге по городу в $1\frac{1}{3}$ раза больше, чем при пробеге по скоростной трассе. На сколько километров хватит полного бака бензина объёмом 40 л при движении по городу, если при движении по скоростной трассе на 400 км пути расходуется $\frac{5}{8}$ бака бензина?
- 2.469** Сейчас между автомобилями, движущимися навстречу друг другу, 126 км, и встретятся они через $\frac{14}{15}$ ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них составляет 80 % скорости другого.
- 2.470** Команда в соревновании по ориентированию на местности прошла маршрут, равный 11,5 км, причём по лугу она шла $1\frac{2}{3}$ ч, а по лесу — $1\frac{1}{4}$ ч. Путь по лесу составлял $\frac{9}{14}$ пути по лугу. Найдите скорости передвижения команды по лесу и по лугу.

2.471 Найдите значение выражения:

- а) $(1,704 : 0,8 - 1,73) \cdot 7,16 - 2,64$;
 б) $227,36 : (865,6 - 20,8 \cdot 40,5) \cdot 8,38 + 1,12$;
 в) $5,4 \cdot 0,01 - 0,1 \cdot 0,04 + 260 \cdot 0,001$;
 г) $0,08 : 0,01 - 0,00132 : 0,001 + 0,0332 : 0,01$;
 д) $0,356 : 0,01 - 0,08 : 0,1 + 2,03 : 0,001$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Являются ли взаимно обратными числа:

- а) $5\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{38}$; б) $4\frac{1}{6}$ и $\frac{25}{6}$; в) $2\frac{1}{4}$ и $0,2$?

2 Найдите x , если:

- а) $1\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}$; б) $x \cdot 1\frac{7}{9} = 1\frac{2}{3}$.

3 Выполните действия:

- а) $3\frac{1}{5} : (16 : 1\frac{1}{3})$; б) $(1 - \frac{2}{5}) : (2\frac{6}{11} : \frac{56}{121})$.

4 Найдите периметр прямоугольной комнаты, площадь которой равна $19\frac{2}{7}$ м², а длина — $3\frac{3}{14}$ м.

16. Нахождение числа по его дроби

Напомним, что с помощью деления на правильную дробь можно находить целое по его части (число по его дроби).

алгоритм нахождения числа по значению его дроби

Чтобы найти число по значению, соответствующему данной дроби, надо это значение разделить на дробь.

Рассмотрим решения задач на нахождение числа по его дроби для дробей, не являющихся правильными.

Задача 1. Убрано 3600 га подсолнечника, что составляет 0,6 всех засеянных полей. Чему равна площадь всех засеянных полей?

Решение. Так как значению 3600 соответствует дробь 0,6, то площадь всех засеянных полей равна

$$3600 : 0,6 = 36\ 000 : 6 = 6000.$$

Ответ. Площадь всех засеянных полей 6000 га.

Задача 2. Усовершенствование станка увеличило его производительность на 15 %, что позволило изготавливать за смену на 105 деталей больше. Сколько деталей изготавливал станок первоначально?

Решение. Так как 15 % равно 0,15, получаем
 $105 : 0,15 = 700$.

Ответ. Станок изготавливал первоначально 700 деталей.

Задача 3. Андрей решил 36 задач, что составило $1\frac{1}{5}$ задач, которые он планировал решить. Сколько задач он планировал решить?

Решение. Так как числу 36 соответствует дробь $1\frac{1}{5}$, то получаем

$$36 : 1\frac{1}{5} = 36 : \frac{6}{5} = 36 \cdot \frac{5}{6} = 30.$$

Ответ. Андрей планировал решить 30 задач.

? [Как найти число по значению его дроби?
 Как найти число по его процентам?

К

2.472 Найдите длину столба, если его наземная часть равна $5\frac{1}{2}$ м, а в землю врыто $\frac{3}{11}$ его длины.

2.473 Первая часть фильма длится 1,55 ч, что составляет 0,62 времени всего фильма. Найдите продолжительность фильма.

2.474 Во время распродажи цена на товар уменьшилась на 24 %, уменьшение цены составило 57,6 р. Сколько стоил товар до распродажи?

2.475 На приусадебном участке 14 соток занимает огород, что составляет 0,56 всего участка. Чему равна площадь приусадебного участка?

2.476 После того как $\frac{4}{9}$ заготовленного на зиму сена было израсходовано на кормление животных, осталось 36 т. Сколько тонн сена было заготовлено на зиму?

2.477 На детском танцевальном конкурсе было номинировано 6 участников, что составило 0,24 всех участников. Сколько всего было участников на конкурсе?

2.478 Вкладчик положил деньги в банк под 6 % годовых и в конце года получил 148,4 тыс. р. прибыли. Какая сумма была положена в банк?

2.479 При подготовке к олимпиаде Кирилл решил 25 задач. Потом он решил ещё несколько. Их количество составило 20 % от решённых ранее задач. Сколько всего задач собирался решить Кирилл, если решил $\frac{5}{6}$ всех задач?

2.480 Лесник, объезжая верхом на лошади лесные угодья, сначала проехал 18,6 км до сторожки, затем ещё $\frac{5}{6}$ пройденного пути. После этого ему осталось проехать $\frac{4}{15}$ всего пути. Сколько километров составляет весь путь лесника?

2.481 Найдите число, если известно, что $\frac{1}{3}$ этого числа равна 0,6 от числа 18.

2.482 Найдите число, если 45 % этого числа составляют 28 % от числа 180.



2.483 Город Тула знаменит своими самоварами, которые в XIX в. изготавливали из разных материалов: зелёной меди (латуни), красной меди, томпака и мельхиора. Мельхиор содержал 60 % меди, 25 % цинка, а остальную часть сплава составлял никель. Какую массу имел мельхиоровый самовар, если масса никеля в нём составляла 1,8 кг?

2.484 Три бригады посадили саженцы ели для нового леса. Первая бригада посадила 35 % всех саженцев, вторая — 60 % оставшихся саженцев, а третья — остальные 520 саженцев. Сколько всего саженцев посадили?

2.485 Три бригады ремонтировали дорогу. Первая бригада отремонтировала 0,4 дороги, вторая — 0,6 оставшегося участка дороги, а третья — остальные 11,52 км. Найдите длину дороги.

2.486 Бригада железнодорожников в первый день отремонтировала $\frac{2}{9}$ всего участка железнодорожного пути, во второй день — $\frac{4}{7}$ оставшегося участка пути, а в третий — остальные 6 км. Сколько километров железнодорожного пути отремонтировала бригада за три дня?



2.487 Если на калькуляторе есть клавиша %, то, например, найти число, 3,9 % которого составляет 12,48, можно по следующему алгоритму: $12,48 \div 3,9 \%$. Найдите по этому алгоритму число:

а) 37,8 % которого равны 5,2542; б) 4,36 % которого равны 7,3684.

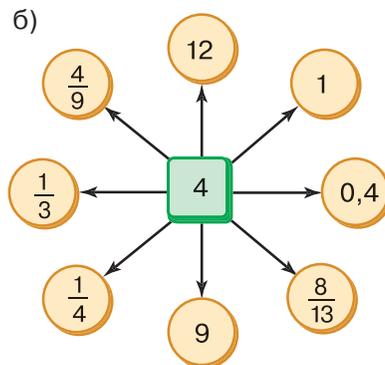
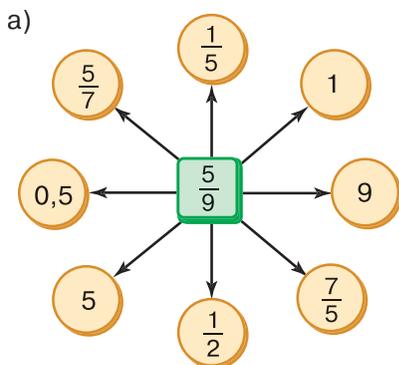
Если такой клавиши нет, то переведите проценты в десятичные дроби и вычислите.



2.488 Вычислите.

$\begin{array}{r} 6 - 1,2 \\ : 8 \\ \cdot 10 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} б) 1 - 0,79 \\ : 0,3 \\ + 5,3 \\ : 1,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} в) 9 - 4,5 \\ : 1,5 \\ \cdot 1,7 \\ + 4,9 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} г) 10 : 2,5 \\ \cdot 1,5 \\ : 12 \\ \cdot 18 \\ \hline ? \end{array}$
--	---	--	---

2.489 Найдите частное от деления числа в квадратике на число в кружочках.



2.490 Во сколько раз обратное число больше числа: $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{9}$; 0,4?



Ц 2.491 Запишите число, которое больше своего обратного числа в: 3 раза; 11 раз.



2.492 Во время ремонта пол в кухне размером $4,2 \times 3,6$ м решили выложить кафельной плиткой. В магазине можно было купить плитку размером $0,3 \times 0,3$ м по цене 200 р. за штуку и размером $0,4 \times 0,4$ м по цене 320 р. за штуку. Какую плитку купить выгоднее? Сколько рублей составит выгода?

2.493 1) Миша шёл с одной и той же скоростью. Сколько километров пройдёт Миша за $1\frac{1}{4}$ ч, если за $\frac{5}{12}$ ч он прошёл $2\frac{1}{2}$ км?

2) Поезд шёл с одной и той же скоростью. Сколько километров пройдёт поезд за $3\frac{1}{4}$ ч, если за $\frac{3}{8}$ ч он прошёл $22\frac{1}{2}$ км?

2.494 Вычислите:

1) $1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{1}{3} \cdot 1\frac{7}{8} : \frac{13}{15}$; 3) $1\frac{3}{7} \cdot \frac{11}{15} : 4\frac{5}{7}$; 4) $1\frac{6}{7} : 3\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9}$.



2.495 Найдите значение выражения:

1) $(7,061 : 2,3 - 2,2) \cdot (4,2 + 17,391 : 5,27)$;
2) $(3,7 + 14,058 : 6,39) \cdot (23,641 : 4,7 - 4,6)$.



2.496 Никита прошёл на лыжах 400 м, что составило $\frac{4}{15}$ всей дистанции. Чему равна длина дистанции?

2.497 Комбайнёр на новом комбайне убрал зерно с поля за 56 ч и затратил времени на 30 % меньше, чем на старом комбайне. Сколько времени потребовалось бы для выполнения этой работы на старом комбайне?

2.498 Найдите высоту опоры для моста, если она возвышается над водой на 3,3 м, что составляет $\frac{3}{20}$ её длины.

2.499 Строители в конце года сдали 432 тыс. м² жилья, что превысило запланированную площадь на 8 %. Сколько тысяч квадратных метров жилья должны были сдать строители?

2.500 Луч BC делит угол ABD на два угла ABC и DBC так, что угол ABC составляет 0,45 угла DBC . Найдите градусные меры углов ABD и DBC , если угол ABC равен $13,5^\circ$.

2.501 Длина первого из трёх участков беговой дистанции эстафеты по лёгкой атлетике составляла 45 % длины всей дистанции, длина второго участка — 0,8 от длины первого. Чему равна длина всей дистанции, если длина третьего участка составила 380 м?

2.502 Из морозильника в столовой взяли 15,6 кг мяса и затем ещё $\frac{7}{13}$ этого количества. После этого в морозильнике осталось $\frac{3}{5}$ находившегося там изначально мяса. Сколько килограммов мяса было в морозильнике?

2.503 После того как туристы преодолели на байдарках 0,48 всего пути, им осталось пройти ещё 24 км. Чему равна протяжённость всего пути?

2.504 Элеватор в первый день отгрузил из одной колонны 40 % имеющегося зерна, во второй день — 60 % остатка, а в третий день — последние 96 т. Сколько зерна было в колонне элеватора?

- 2.505** Учащимся шестых классов было предложено выбрать один из трёх видов спорта, которым они будут заниматься во время дополнительного часа физкультуры. Плавание выбрали $\frac{5}{12}$ всех шестиклассников, 0,6 от числа плавцов выбрали гимнастику, а остальные — карате. Сколько всего учащихся в шестых классах, если занятия карате выбрали на 6 человек меньше, чем плавание?
- 2.506** Найдите значение выражения:
- $0,08 : 10 + 723 : 1000 - 1,32 : 100$;
 - $0,357 \cdot 100 - 0,0297 \cdot 1000 - 0,1 \cdot 10$;
 - $209,57 - 1845,69 : ((81,3 - 78,5) \cdot (4,2 + 2,85))$;
 - $409,3 - 399,3 : ((2,95 + 3,1) \cdot (47,7 - 41,1))$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Сколько страниц нужно прочитать ученику, если:

- 18 страниц составляют 15 % от нужного количества страниц;
- $\frac{2}{7}$ от нужного количество страниц составляют 40 страниц;
- 110 страниц — это $1\frac{2}{3}$ от нужного количества страниц;
- 135 страниц составляют 0,9 нужного количества страниц;
- прочитав 45 страниц, ученик прочитает пятую часть нужного количества страниц;
- прочитав половину и ещё четверть нужного количества страниц, ученик прочитает 102 страницы?

17. Дробные выражения

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- дробное выражение
- числитель, знаменатель дробного выражения

Частное двух натуральных чисел равно дроби, числитель которой — делимое, а знаменатель — делитель. Например, $3 : 7 = \frac{3}{7}$, $12 : 16 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$. Частное от деления одного выражения на другое также можно записать с помощью черты.

Например,

$$(82,3 - 45,4) : (12,7 + 36,5) = \frac{82,3 - 45,4}{12,7 + 36,5}.$$

Дробным выражением называют запись частного двух чисел или выражений, в которой знак деления обозначен чертой.

Например, $\frac{4}{7} - \frac{5}{9}$, $\frac{m-n}{m+n}$, $\frac{4,8}{cd}$ — дробные выражения.

Выражение, стоящее над чертой, называют **числителем** дробного выражения, а выражение, стоящее под чертой, — **знаменателем** дробного выражения. *Числителем и знаменателем дробного выражения могут быть числа, а также числовые или буквенные выражения.*

Действия с дробными выражениями выполняют по правилам действий с обыкновенными дробями. Последним выполняется действие деления: значение выражения в числителе делится на значение выражения в знаменателе.

Пример 1. Вычислим значение выражения $1\frac{2}{5} : \frac{2}{3}$.

Умножим числитель и знаменатель этого дробного выражения на 15 (наименьший общий знаменатель чисел $1\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{3}$), получим в числителе и знаменателе натуральные числа:

$$1\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{1\frac{2}{5} \cdot 15}{\frac{2}{3} \cdot 15} = \frac{15 + 6}{10} = \frac{21}{10} = 2,1.$$

Пример 2. Выполним умножение выражений $\frac{12,3}{2,8}$ и $2\frac{1}{3}$.

$$\frac{12,3}{2,8} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{12,3}{2,8} \cdot \frac{7}{3} = \frac{12,3 \cdot 7}{2,8 \cdot 3} = \frac{4,1}{0,4} = \frac{41}{4} = 10,25.$$

Пример 3. Сложим выражения $\frac{2}{0,9}$ и $\frac{5}{1,8}$.

$$\frac{2}{0,9} + \frac{5}{1,8} = \frac{20}{9} + \frac{50}{18} = \frac{20}{9} + \frac{25}{9} = \frac{45}{9} = 5.$$

При сложении дробных выражений можно сначала представить их в виде обыкновенных дробей, а потом уже выполнять сложение.

Сложить можно и так:

$$\frac{2}{0,9} + \frac{5}{1,8} = \frac{4 + 5}{1,8} = \frac{9}{1,8} = \frac{90}{18} = 5.$$

? Что называют дробным выражением? Приведите пример.
Назовите числитель и знаменатель дробного выражения $\frac{2a + b}{4nm}$.

К

2.507 Назовите числитель и знаменатель дробного выражения:

а) $\frac{3,6}{4,5}$; б) $\frac{5\frac{3}{4}}{6\frac{1}{7}}$; в) $\frac{4,2 - 3\frac{1}{11}}{8,49 \cdot 7,1}$; г) $\frac{4c - 8a}{7xy}$.

2.508 Запишите дробное выражение, у которого числитель $5n + 4m$, а знаменатель $8,1c - s$.

2.509 Запишите частное $(5,5 \cdot 3,6 - 3,7) : (10,8 : 2,7 - 3,6)$ в виде дробного выражения и найдите его значение.

2.510 Вычислите: а) $\frac{3,6}{14,4}$; б) $\frac{3,75}{2,5}$; в) $\frac{2,8}{0,35}$; г) $\frac{0,02}{0,005}$.

2.511 Найдите значение выражения: а) $\frac{3}{\frac{4}{9}}$; б) $\frac{7}{\frac{3}{5}}$; в) $\frac{5}{\frac{9}{2}}$; г) $\frac{6,5}{1,3}$.

2.512 Вычислите: а) $\frac{4\frac{3}{5}}{1\frac{1}{10}}$; б) $\frac{2\frac{1}{4}}{1\frac{5}{7}}$; в) $\frac{1,6 \cdot 14,4 \cdot 4,2}{7,2 \cdot 3,2 \cdot 37,8}$; г) $\frac{1,9 \cdot 4,38 \cdot 5,4}{3,6 \cdot 0,73 \cdot 5,7}$.

2.513 Выполните действие:

а) $0,51 \cdot \frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{7} \cdot 42,7$; в) $56,25 \cdot \frac{4}{45}$; г) $6,3 : 2\frac{1}{4}$;
 б) $2,816 : \frac{4}{7}$; г) $0,144 : \frac{12}{13}$; е) $\frac{21}{23} \cdot 9,2$; з) $6\frac{4}{7} \cdot 5,6$.

2.514 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3,1}{1,7} + \frac{6,7}{5,1}$; б) $\frac{2,5}{4,4} + \frac{4,6}{13,2}$; в) $\frac{6,8}{7,2} - \frac{2,7}{3,6}$; г) $\frac{2,4}{7,7} - \frac{2,8}{12,1}$.

2.515 Вычислите значение дробного выражения:

а) $\frac{\frac{3}{7} \cdot 1,1 \cdot 1\frac{1}{6} : 0,05}{\frac{1}{7} : 0,25 \cdot 2\frac{2}{5}}$; б) $\frac{18,55 \cdot \frac{4}{35} \cdot 4,2}{3\frac{1}{2} \cdot 2,12 : 70}$;
 б) $\frac{0,3 \cdot 7,4 : 0,37 - 1\frac{11}{14} \cdot 0,7}{1 + 2\frac{1}{8} \cdot 0,16 : 0,01}$; г) $\frac{\left(2,75 \cdot \frac{3}{5} + 2,2 : 1\right) \cdot 1\frac{1}{11}}{\left(\frac{39}{40} - 0,575\right) : \frac{4}{5} \cdot 0,8}$.

2.516 Найдите значение выражения $\frac{n}{7,4 - 6,2} + \frac{n}{1,3 + 5,9}$ при:

а) $n = 2\frac{1}{5} + 3\frac{4}{7}$; б) $n = 1,2 \cdot (1 - 0,4)$.

2.517 Вычислите значение выражения $\frac{2a}{c} - \frac{a}{2c}$, если:

а) $a = 17,2 - 9,4$ и $c = 43 - 31,8$; б) $a = 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3}$ и $c = 6\frac{4}{5} + 8\frac{1}{3} - \frac{2}{15}$.

2.518 а) Значение выражения $\frac{6,3 - 5,085}{1,8 \cdot 13,5}$ можно найти на калькуляторе по алгоритму $6,3 - 5,085 \div 1,8 \div 13,5 =$. Выполните вычисления по этому алгоритму.

б) Составьте для калькулятора алгоритм нахождения значения выражения и выполните по нему вычисления:

а) $\frac{2,8 \cdot 10,5}{6 \cdot 44,8}$; б) $\frac{0,85 : 3,4 + 1,92}{6,2 \cdot 0,28}$; в) $\frac{632,315 : 34,6 + 9,7525}{4,04 \cdot 6,25}$; г) $\frac{(6,3 - 3,8) : 0,005}{3,625 : 2,9}$.

П

2.519 Вычислите.

а)
$$\begin{array}{r} 162 - 127 \\ : 7 \\ \cdot 19 \\ + 15 \\ \hline ? \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} 900 : 150 \\ \cdot 70 \\ - 312 \\ : 18 \\ \hline ? \end{array}$$
 в)
$$\begin{array}{r} 1,5 \cdot 6 \\ : 1,8 \\ \cdot 0,12 \\ + 0,44 \\ \hline ? \end{array}$$
 г)
$$\begin{array}{r} 7 - 2,1 \\ : 7 \\ \cdot 1,4 \\ + 0,02 \\ \hline ? \end{array}$$
 д)
$$\begin{array}{r} 3,6 + 3,2 \\ : 0,2 \\ - 33,5 \\ \cdot 9 \\ \hline ? \end{array}$$

- 2.520** На координатной прямой отмечены числа n и m (рис. 2.10). Отметьте на координатной прямой точку с координатой: $2n$; $n \cdot \frac{1}{2}$; $n : \frac{1}{2}$; $m \cdot \frac{1}{3}$; $m : \frac{1}{3}$; $n : \frac{2}{3}$?



Рис. 2.10

- Р 2.521** Найдите значение выражения: а) $\left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^2$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{4}{9}\right)^2$; в) $\left(\frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} : \frac{7}{18}\right)^3$.

- Р 2.522** Найдите произведение дробей $\frac{4}{5}$ и $\frac{13}{9}$ и произведение дробей, обратных данным. Каким свойством обладают эти два произведения? Проверьте ваше предположение ещё на одном примере. Докажите это свойство в общем виде (с помощью буквенных выражений).

- 2.523** Сравните значения выражения $1\frac{1}{13} : c$ при $c = 1$; $c = \frac{2}{13}$; $c = 1\frac{1}{7}$; $c = \frac{14}{9}$.

- 2.524** Составьте задачу, которая решается с помощью уравнения:

а) $c \cdot 4 = \frac{1}{9}$; б) $2\frac{1}{4} - a = 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{1}{6} : z = \frac{1}{6}$.

- Р 2.525** Шестеро друзей ели арбуз. Первый съел шестую часть арбуза, второй — пятую часть остатка, третий — треть того, что оставил второй, четвёртый — четверть нового остатка, пятый — половину того, что оставил четвёртый, а шестой доел остатки арбуза. Кто из друзей съел больше всех?

- 2.526** Высота рябины составляет $\frac{4}{9}$ высоты берёзы. Найдите высоту берёзы, если высота рябины 2 м.

- 2.527** Автомат изготавливает в час 4 детали, что составляет 16 % того, что надо изготовить. Сколько деталей требуется изготовить? Сколько времени это займёт?

- 2.528** На клумбе 55 % всех цветов составляют ирисы. Остальные 9 цветов — флоксы. Сколько ирисов на клумбе?

- 2.529** Масса солёной рыбы составляет 88 % массы свежей рыбы. Сколько нужно взять свежей рыбы, чтобы получить 616 кг солёной?

- 2.530** Чему равно число, если:

а) 45 % его равны 54; б) $\frac{11}{20}$ его равны 4,4; в) 0,7 его равны $2\frac{4}{5}$?

- 2.531** Площадь дома равна 108 м² и составляет $\frac{3}{5}$ площади всех построек на участке. Постройки составляют $\frac{2}{9}$ площади участка. Найдите площадь участка и выразите её в сотках.

- 2.532** Таня запланировала прочитать за неделю 80 % повести. За первый день она прочитала 16 страниц повести, что составило 20 % запланированного. Сколько страниц в повести?

- 2.533** 1) В гостинице 200 номеров. Из них одноместные номера составляют 40 %, двухместных номеров на 32 больше, чем одноместных, а остальные — номера люкс. Сколько номеров люкс в гостинице?

- 2) В театре 800 мест. Из них 55 % — места в партере, в амфитеатре на 200 мест меньше, чем в партере, а остальные — в бельэтаже. Сколько мест в бельэтаже?

Д

2.534 Вычислите: а) $6,76 \cdot \frac{5}{13}$; б) $9,8 : 1\frac{3}{4}$; в) $8,4 \cdot 1\frac{3}{7}$; г) $14,3 : 1\frac{5}{8}$.

2.535 В викторине Таня набрала на 3 очка больше Маши. Сколько очков заработали Таня и Маша вместе, если Таня набрала $\frac{4}{11}$, а Маша $\frac{7}{22}$ всех очков?

2.536 Мотоциклист движется со скоростью 90 км/ч, а велосипедист — 15 км/ч. Какое время потребуется велосипедисту, чтобы проехать $\frac{1}{5}$ того расстояния, которое мотоциклист преодолет за 4 ч?

2.537 Для изготовления большого красного медного самовара тульские мастера использовали сплав меди и цинка. Какую массу имел самовар, изготовленный из сплава куска меди объёмом $1,2 \text{ дм}^3$ и куска цинка объёмом $0,8 \text{ дм}^3$, если масса 1 см^3 меди приблизительно 9 г, а масса 1 см^3 цинка приблизительно 7 г?

2.538 Глава повести занимает 10,5 страницы, что составляет 0,15 всей повести. Повесть составляет $\frac{7}{16}$ всей книги. Сколько страниц в книге?

2.539 Вычислите значение дробного выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{2,16 \cdot 0,55 \cdot 4,5}{2,7 \cdot 0,15 \cdot 1,2}; & \text{в) } \frac{11\frac{1}{4} : \frac{9}{32}}{21\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{4} - 10\frac{2}{13} \cdot 4\frac{8}{11}}; \\ \text{б) } \frac{2\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{11}}{3\frac{3}{7} \cdot 5\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{11}}; & \text{г) } \frac{30,6 : 14\frac{4}{7} + 13,2 : 1\frac{1}{3}}{1\frac{5}{16} : 1,75}. \end{array}$$

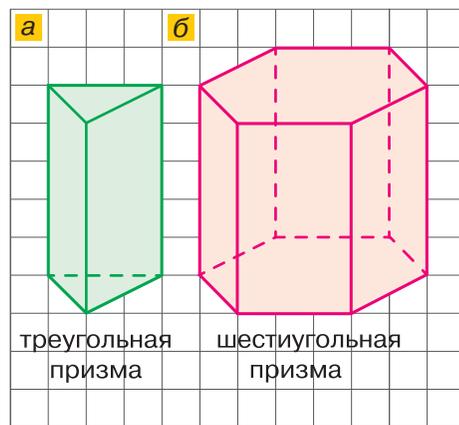


Рис. 2.11

призма

Фигуры на рисунке 2.11 называют **призмами**. У прямой призмы боковые грани — прямоугольники, а верхнее и нижнее основания — равные многоугольники. Название призмы зависит от того, какой многоугольник лежит в её основании. Прямоугольный параллелепипед — это четырёхугольная призма.

Призмы и пирамиды являются примерами многогранников. На рисунке 2.12 изображены различные многогранники — геометрические тела, ограниченные со всех сторон многоугольниками.

2.540 Практическая работа

Оборудование: карандаш, линейка, циркуль, транспортир, плотная бумага, ножницы, клей.

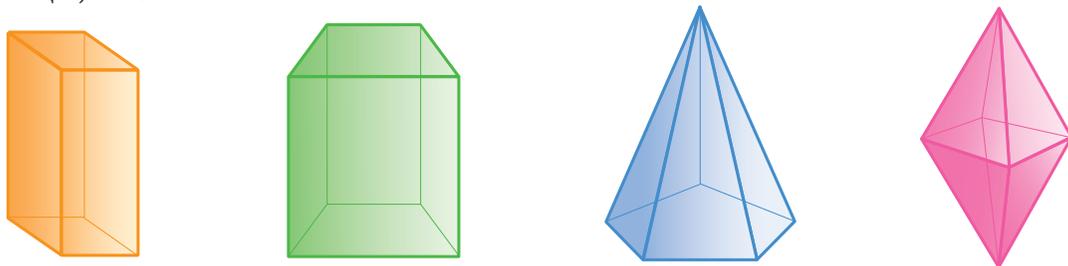


Рис. 2.12

а) **Задание:** склейте модель треугольной призмы (рис. 2.11, а).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку треугольной призмы в натуральную величину (рис. 2.13, а), используя задачу 1.136 на с. 34 для построения треугольников.

2) Склейте модель треугольной призмы.

б) **Задание:** сделайте модель шестиугольной призмы (рис. 2.11, б).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку шестиугольной призмы в натуральную величину (рис. 2.13, б), используя задачу 2.140 на с. 63 для построения шестиугольников.

2) Склейте модель шестиугольной призмы.

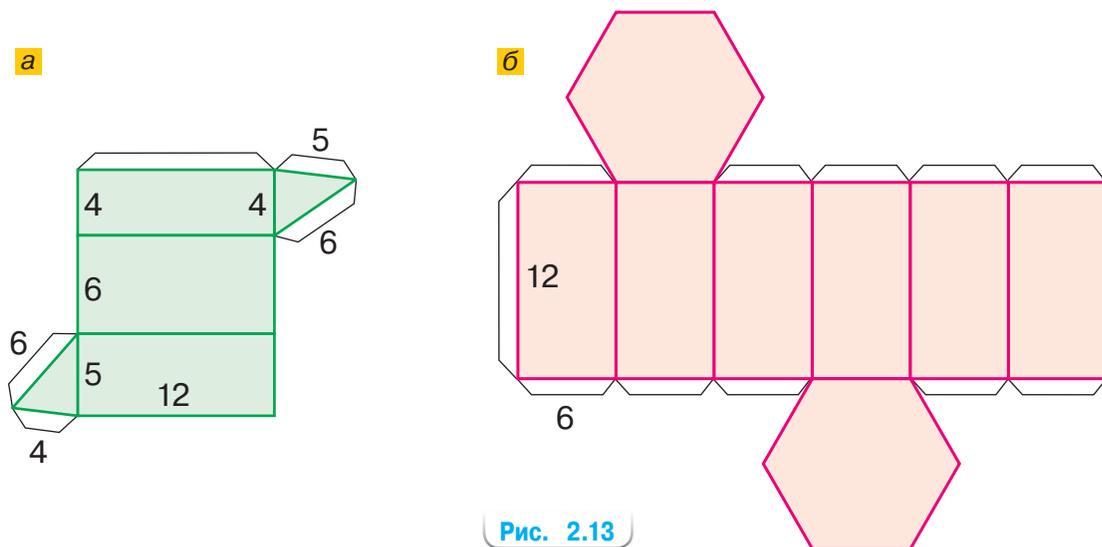


Рис. 2.13

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Найдите значение дробного выражения $\frac{15}{16} : \frac{25}{22}$.
- Расстояние между двумя населёнными пунктами s км. Пройдя четверть пути со скоростью v км/ч, пешеход остановился отдохнуть на 15 минут. Оставшаяся часть пути пешеход преодолел со скоростью на 2 км/ч большей.
 - Составьте дробное выражение для нахождения времени, затраченного на первую четверть пути.
 - Составьте дробное выражение для нахождения времени, затраченного на оставшуюся часть пути.
 - Составьте выражение для нахождения времени, затраченного на весь путь. Является ли составленное выражение дробным?
 - Сколько времени занял весь путь, если расстояние между населёнными пунктами 72 км, а $v = 6$ км/ч?



История дробей насчитывает около пяти тысячелетий. Впервые доли числа встречаются в египетских папирусах и на вавилонских глиняных табличках. Первой дробью, которую стали использовать, стала половина, затем появились четверть, треть и т. д. У египтян использовались дроби с числителем единица: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и т. д. Дроби записывались с помощью иероглифов. Только дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$ имели своё обозначение. При расчётах дроби записывали в виде суммы. Например,

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}; \quad \frac{7}{15} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{120}.$$

Существовали специальные таблицы, в которых дроби представлялись в виде суммы долей. Египтяне умели складывать, делить и умножать доли числа. Египетские дроби использовались древнегреческими учёными и математиками других стран до Средних веков.

В Вавилоне, как вы знаете, использовали шестидесятеричные дроби. Вавилонскими дробями пользовались греческие и арабские учёные.

Эти дроби мы используем при переводе минут и секунд в часы:

$$12 \text{ ч } 16 \text{ мин } 3 \text{ с} = 12 + \frac{16}{60} + \frac{3}{60^2} \text{ ч.}$$

Римская система дробей была связана с мерой веса *асса*. Эта мера делилась на 12 долей. $\frac{1}{12}$ асса называлась *унцией*.

В XVIII в. наибольшее распространение получили дроби со знаменателем 10, так как они наиболее удобны для вычислений.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

- Петя может покрасить забор за 8 ч, а Миша — за 10 ч. Успеют ли они покрасить весь забор до тренировки, которая начнётся через 5 ч?
- 1) Фарфор может состоять из 1 части полевого шпата, 3 частей кварца и 6 частей каолина (белая глина). Найдите массу вазы, если в ней кварца на 0,24 кг больше, чем полевого шпата.
2) Сплавы магния используют в производстве ракет и авиационных турбин, корпусов приборов, дисков автомобильных колёс и др. Их существует несколько видов. Часто сплав состоит из 1 части алюминия, 2 частей цинка и 18 частей магния. Сколько получилось этого сплава, если в нём магния на 3,9 т больше, чем цинка?
- Как разделить поровну семь дынь между 12 гостями, если каждую дыню можно разрезать только на равные части и частей должно быть не больше 5?
- Который сейчас час, если оставшаяся часть суток в $1\frac{2}{5}$ раза больше прошедшей?



Антикварная китайская фарфоровая ваза.
Фарфор был получен:
в 620 г. — в Китае,
в 1708 г. — в Европе,
в 1749 г. — в России

5. В небольшом городке 10 памятников архитектуры (рис. 2.14). Туристу хочется посетить их все, не проходя дважды по одной и той же улице. Может ли он это сделать?
6. В магазине продают два сорта конфет по цене 200 р. и 300 р. Стоимость конфет каждого сорта для приготовления ассорти одинакова. По какой цене надо продавать ассорти этих конфет, чтобы не обмануть покупателя и магазину не иметь убытка?
7. По рецепту для приготовления трёх порций молочного коктейля требуется: 250 г молока, 8 столовых ложек мороженого и по 2 ложки или варенья, или мёда, или сиропа. Нужно приготовить коктейль для 8 гостей. Найдите массу каждого продукта для приготовления коктейля. Одна столовая ложка мороженого, варенья, мёда или сиропа содержит 15 г данного продукта.

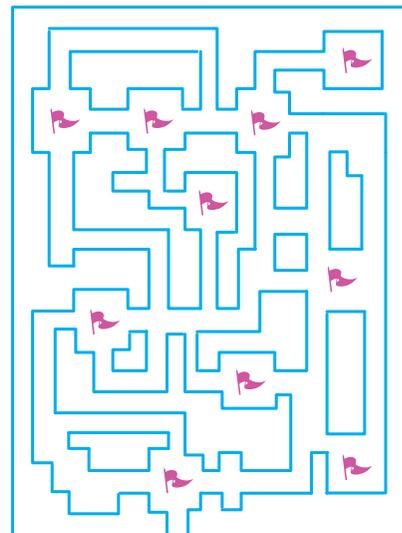


Рис. 2.14

8. Участники благотворительного концерта передали 5,7 млн р. городу, пострадавшему после наводнения. На ремонт школ и детских садов было использовано $\frac{5}{16}$ этой суммы, на отправку детей на отдых в другие регионы — $\frac{3}{16}$ этой суммы, на ремонт больниц — в 2 раза больше, чем на отдых детей, оставшуюся сумму направили на ремонт стадиона. Сколько денег было направлено на ремонт стадиона и на отдых детей?
9. Бандероли отправляются массой от 100 г до 2 кг. Какую наименьшую сумму потребуется заплатить за отправку в лагерь наборов карандашей и наборов красок для рисования 17 детям? Масса набора красок для рисования равна $\frac{2}{5}$ кг, а масса набора карандашей — $\frac{1}{40}$ кг. Тарифы на отправку бандероли приведены в таблице справа.

Вид бандероли и масса	Цена, р.
Простая, 100 г	48
Заказная, 100 г	84
Каждые последующие полные/неполные 20 г любой бандероли	3,6

10. Чтобы рассчитать расстояние до телевизора, нужно умножить диагональ телевизора на коэффициент 1,6. Измерьте диагональ вашего телевизора и найдите оптимальное расстояние для просмотра телепередач.
11. *Задача Эйлера.* Решив все свои сбережения поделить поровну между всеми сыновьями, некто составил завещание: «Старший из моих сыновей должен получить 1000 рублей и восьмую часть остатка; следующий — 2000 рублей и восьмую часть нового остатка; третий сын — 3000 рублей и восьмую часть следующего остатка и т. д.». Определите число сыновей и размер завещанных сбережений.
12. *Надпись на гробнице знаменитого древнего математика Диофанта составлена в виде математической задачи.*
Путник! Здесь прах погребён Диофанта. И числа поведают могут, о чудо, сколь долог был век его жизни. Часть шестую его представляло прекрасное детство. Двенадцатая часть протекла ещё жизни — покрылся пухом тогда подбородок. Седьмую в бездетном браке провёл Диофант. Прошло пятилетие; он был очастливлен рождением прекрасного первенца сына. Коему рок половину лишь

жизни прекрасной и светлой дал на земле по сравнению с отцом. И в печали глубокой старец земного удела конец восприял, переживши года четыре с тех пор, как сына лишился. Скажи, сколько лет жизни достигнув, смерть восприял Диофант?

13. Известному писателю Л. Н. Толстому очень нравилась следующая задача. Артели косцов надо было скосить два луга, один вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг. После этого артель разделилась пополам: первая половина осталась на большом лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая же половина косила малый луг, на котором к вечеру ещё остался участок, скошенный на другой день косцом за один день работы. Сколько косцов было в артели?
14. Задача Л. Ф. Магницкого. Некий человек нанял работника на год, обещал ему дать 12 рублёв и кафтан. Но тот, работав 7 месяцев, восхотел уйти и просил достойной платы с кафтаном. Хозяин дал ему по достоинству расчёт 5 рублей и кафтан, и ведательно есть, а коликие цены оный кафтан был.
15. К табунщику пришли три казака покупать лошадей. «Хорошо, я вам продам лошадей, — сказал табунщик, — первому продам я полтабуна и ещё половину лошади, второму — половину оставшихся лошадей и ещё пол-лошади, третий также получит половину оставшихся лошадей с полулошадью. Себе же оставлю только 5 лошадей». Удивились казаки, как это табунщик будет делить лошадей на части. Но после некоторых размышлений они успокоились, и сделка состоялась. Сколько лошадей продал табунщик каждому из казаков?
16. Длина маршрутной тропы на гору Малое Седло в Кисловодске равна 5,4 км. Подняться на гору можно разными способами:

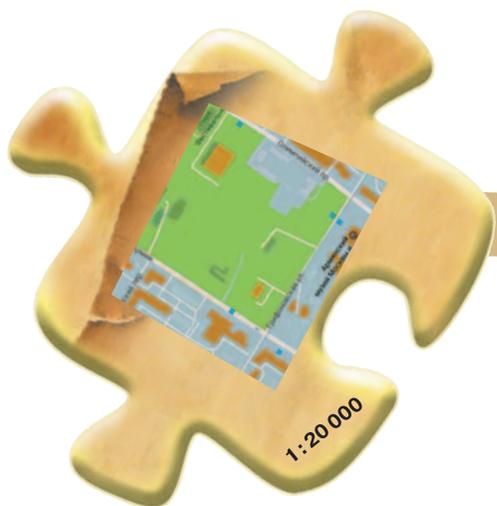
1) пройти по тропе пешком;

2) подняться в вагончике канатной дороги, который едет $\frac{1}{16}$ ч. Затем пройти оставшиеся 2 км.

Рассчитайте время различных вариантов похода, если обычно средняя скорость восхождения на гору составляет 1,5 км/ч, а спуска — в два с половиной раза больше. При этом не забудьте добавить время на то, чтобы поесть, полюбоваться чудесными видами природы и отдохнуть.



Кисловодск. Гора Малое Седло



§ 3. Отношения и пропорции

18. Отношения

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- отношение двух чисел
- отношение величин
- взаимно обратные отношения

Числа можно сравнивать двумя способами: вычислением *разности* (на сколько больше, меньше); вычислением *частного* (во сколько раз больше, меньше, или какую часть одно число составляет от другого).

Задача 1. Ученик решил 4 задачи из пяти. Какую часть задач он решил?

Решение. Так как всего 5 задач, то одна задача составляет $\frac{1}{5}$ всех задач, а 4 задачи составляют $\frac{4}{5}$ всех задач.

Тот же ответ получим, разделив 4 на 5: $4 : 5 = \frac{4}{5}$. Ответ также можно записать десятичной дробью или в процентах.

Ответ. $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$.

Частное $\frac{a}{b}$ ($a : b$) двух чисел a и b называют **отношением** этих **чисел**. Отношение $\frac{a}{b}$ показывает, во сколько раз число a больше числа b , или какую часть число a составляет от числа b .

Если значения двух величин выражены одной и той же единицей измерения, то их отношение называют также **отношением этих величин** (отношением длин, отношением масс, отношением площадей и т. д.).

Задача 2. Площадь катка 480 м^2 . От снега расчистили 320 м^2 катка. а) Какую часть катка расчистили от снега? б) Во сколько раз весь каток больше расчищенной его части?

Решение. а) Чтобы найти расчищенную часть катка, составим отношение $320 : 480$ и получим

$$320 : 480 = \frac{320}{480} = \frac{2}{3}.$$

б) Чтобы узнать, во сколько раз площадь катка больше площади расчищенной части, найдём отношение:

$$480 : 320 = \frac{480}{320} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5.$$

Ответ. а) Расчищено $\frac{2}{3}$ катка; б) весь каток в 1,5 раза больше расчищенной части.

Числа $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$ взаимно обратны, поэтому и отношения 2 к 3 и 3 к 2 также называют взаимно обратными.

Если однородные величины выражены разными единицами измерения, то необходимо перейти к одной единице измерения и затем найти их отношение.

Задача 3. Масса кошки 4,4 кг, а масса котёнка 99 г. Найдите отношение массы котёнка к массе кошки.

Решение. Выразим массу кошки в граммах. Получим $4,4 \text{ кг} = 4400 \text{ г}$. Значит, отношение массы котёнка к массе кошки равно $\frac{99}{4400} = \frac{9}{400} = 0,0225$.

Ответ. Масса котёнка составляет 0,0225, или 2,25 %, массы кошки.

Если рассматриваются разнородные величины, то их отношение — новая величина.

Например, если расстояние измеряется в метрах, а время — в секундах, то скорость (отношение расстояния ко времени) — в метрах в секунду (м/с) и т. д. В виде отношений могут быть выражены: концентрация раствора, производительность труда, урожайность, цена.

Задача 4. В спортивном лагере отдыхали 105 детей, причём число девочек относилось к числу мальчиков, как 3 : 4. Сколько было девочек и сколько мальчиков в лагере?

Решение. Все 105 детей составляют $3 + 4 = 7$ частей, значит, на одну часть приходится $105 : 7 = 15$ детей. Тогда на три части приходится $15 \cdot 3 = 45$ детей, а на четыре — $15 \cdot 4 = 60$ детей. Значит, в лагере было 45 девочек и 60 мальчиков.

Ответ. 45 девочек и 60 мальчиков.

алгоритм деления числа в данном отношении

Чтобы разделить число t в данном отношении $a : b$, можно:

- 1) разделить число t на сумму $a + b$ членов отношения;
- 2) результат умножить на каждый член отношения.

? Что называют отношением двух чисел? Что оно показывает?
 Как можно записать отношение числа a к числу b ?
 Как найти отношение однородных величин, выраженных в разных единицах измерения?
 Как разделить число t в отношении $a : b$?

К

- 3.1 Составьте отношения чисел: 113 к 5; 21 к 30; 11,3 к $\frac{1}{2}$; 6,78 к 0,3; $5\frac{2}{5}$ к 7,4; 0,55 к 0,77. Какие из них равны?
- 3.2 Замените отношение дробных чисел равным ему отношением целых чисел:
 а) $0,5 : 2,5$; б) $6\frac{4}{17} : \frac{19}{17}$; в) $1,65 : 6\frac{5}{12}$.



Отношение можно прочесть разными способами. Например, отношение $27 : 19$ можно читать так:

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| Р. п. | В. п. | Д. п. | В. п. |
|-------|-------|-------|-------|
- отношение числа двадцать семь к числу девятнадцать;
- | | | |
|-------|-------|-------|
| Р. п. | В. п. | В. п. |
|-------|-------|-------|
- отношение чисел двадцать семь и девятнадцать;
- | | |
|-------|-------|
| Р. п. | Д. п. |
|-------|-------|
- отношение двадцати семи к девятнадцати.



- 3.3 Тесто разделили на две части: для пирожков с капустой 890 г и для пирожков с мясом 980 г. Какую часть теста взяли для пирожков с капустой? Какую часть теста взяли для пирожков с мясом? Какую часть тесто для пирожков с капустой составляет от теста для пирожков с мясом?

- 3.4 На отрезке AB отмечена точка D , так что $AD = 11$ см и $BD = 55$ см. Какую часть отрезка AB составляет отрезок BD ? Какую часть отрезка AB составляет отрезок AD ?



- 3.5 Ширина прямоугольника равна 12,4 см. Найдите отношение ширины к длине прямоугольника, если его площадь равна $17,98$ см². Запишите отношение, обратное полученному отношению. Что показывают эти отношения?

- 3.6 Начертите прямоугольники, отношение сторон которых равно: а) $2 : 1$; б) $1 : 1$; в) $2 : 3$. Как называется прямоугольник в случае б)?

- 3.7 В каком отношении в сплаве взяты олово и сурьма, если сплав содержит 3,76 кг олова и 0,8 кг сурьмы? Какую часть сплава (по массе) составляет олово и какую часть — сурьма?

- 3.8 Урок истории длился 45 мин, из них 25 мин ушло на просмотр документального фильма. Какую часть урока занял просмотр фильма?



- 3.9 На клумбе 42 тюльпана. Из них 24 красных, а остальные — белые. Какую часть тюльпанов составляют белые тюльпаны, а какую — красные? Чему равно отношение числа красных тюльпанов к числу белых тюльпанов и что оно показывает?

- 3.10 Две проходческие бригады строили тоннель, двигаясь навстречу друг другу. Первая бригада построила $\frac{5}{9}$ всего тоннеля, а вторая — остальную часть. Во сколько раз часть тоннеля, построенная первой бригадой, больше части, построенной второй бригадой?

- В 3.11 Три токаря сделали несколько деталей. Первый сделал четверть всех деталей, второй — треть всех деталей, третий — оставшиеся. Во сколько раз третий токарь сделал больше деталей, чем первый? Какую часть составляют детали, сделанные вторым токарем, от деталей, сделанных третьим токарем?



3.12 Картофель разложили в 3 ящика. В первый положили 0,2 всего картофеля, во второй — 0,5 всего картофеля, а в третий — 0,3 всего картофеля. Что показывает отношение:

- а) 0,2 к 0,5; б) 0,2 к 0,3; в) 0,5 к 0,3; г) $(0,5 + 0,3)$ к 0,2?

3.13

а) В классе 30 учащихся, из них 6 человек получили за контрольную работу оценку «5». Какая часть класса получила оценку «5»? Сколько процентов всех учащихся это составляет?

б) Из 1000 семян моркови не взошло 20 семян. Найдите, сколько процентов семян взошло (процент всхожести).



3.14

За жилищно-коммунальные услуги семья платила 3250 р. в месяц. После подорожания счёт за месяц составил 3900 р. На сколько процентов подорожали жилищно-коммунальные услуги?

3.15

Что показывает отношение:

- а) числа всех карандашей, расфасованных в коробки, к числу коробок;
 б) стоимости купленных тетрадей к их количеству;
 в) количества собранного зерна к площади поля;
 г) объёма куба к его высоте?



3.16

Три отряда волонтеров собирали мусор в парке. Первый отряд собрал мусор с 45 % всей площади, второй — с 30 %, а третий — с 25 %. Вычислите, округлив ответ до десятых, сколько процентов составляет площадь, убранная:

- а) первым отрядом, от площади, убранной двумя другими отрядами;
 б) вторым отрядом, от площади, убранной двумя другими отрядами;
 в) первым отрядом, от площади, убранной третьим отрядом;
 г) вторым отрядом, от площади, убранной первым отрядом;
 д) третьим отрядом, от площади, убранной вторым отрядом.

3.17

Ученик прочитал в 3 раза меньше страниц книги, чем ему осталось прочитать. Определите:

- а) какую часть страниц книги прочитал ученик, а какую — осталось;
 б) сколько процентов страниц книги прочитано и сколько осталось прочитать;
 в) какую часть от прочитанных страниц составляют те, что осталось прочитать.

3.18

а) Математику в седьмом классе изучают за 210 уроков на трёх курсах: алгебре, геометрии и вероятности и статистике. Найдите число уроков по каждому курсу, если число уроков алгебры и число уроков геометрии относятся как 3 : 2, а вероятность и статистика изучается 35 уроков.

б) Сплав массой 4,56 кг состоит из олова и сурьмы, массы которых относятся, как 47 : 10. Сколько в сплаве килограммов сурьмы?



3.19

Найти, сколько процентов число 9,614 составляет от числа 83,6, можно, выполнив вычисление на калькуляторе по алгоритму $9,614 \div 83,6 \%$. Используя калькулятор:

- а) найдите, сколько процентов составляет 0,1141 от 45,64 и 20,447 от 25,4;
 б) решите задачу: «На овощной базе из 426 ц овощей продали 375 ц. Сколько процентов овощей продали? Сколько процентов овощей осталось продать?»
 Ответ округлите до десятых долей процента.



3.20

Вычислите.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 15 \cdot 10 \\ + 350 \\ : 25 \\ \cdot 20 \\ - 150 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 900 : 15 \\ \cdot 9 \\ + 260 \\ : 16 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$$

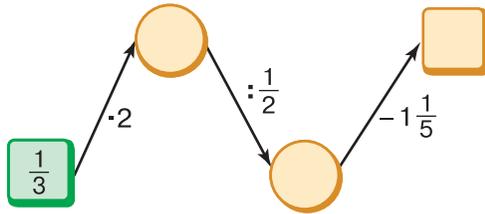
$$\begin{array}{r} \text{в) } 1 \cdot 4 \\ - 0,1 \\ \cdot 6 \\ : 4,5 \\ + 0,38 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 1,4 + 3,6 \\ : 0,25 \\ \cdot 0,14 \\ - 2,7 \\ \cdot 7,3 \\ \hline ? \end{array}$$

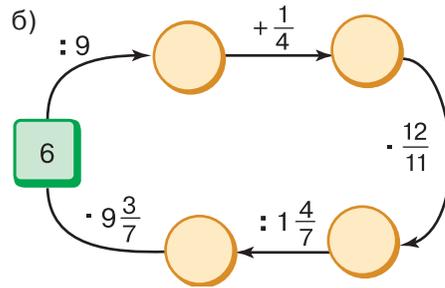
$$\begin{array}{r} \text{д) } 3 \cdot 1,6 \\ - 1,2 \\ : 1,8 \\ - 0,2 \\ \cdot 0,4 \\ \hline ? \end{array}$$

3.21 Выполните вычисления в цепочке.

а)



б)



3.22 На сколько надо уменьшить знаменатель дробей $\frac{3}{17}$, $\frac{6}{32}$, $\frac{7}{55}$, $\frac{2}{13}$, чтобы получить дробь $\frac{1}{5}$?

3.23 Выразите в процентах число: 0,3; 0,85; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{20}$; 1; 4; $4\frac{9}{25}$; $16\frac{11}{40}$.

3.24 Четверть от половины числа равна одной четвёртой. Найдите это число.

Ц 3.25 *Развивай внимание.* Кто быстрее найдёт в таблице последовательно все числа от 26 до 50?

а)

40	33	36	26	30
41	39	28	37	31
42	47	34	29	43
44	49	35	38	46
32	48	45	50	27

б)

47	46	37	30	33
27	44	42	39	36
50	41	34	43	31
38	48	28	49	26
29	40	45	32	35

3.26 Вычислите значение выражения:

а) $0,3 \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{5}{6} : 0,6$; в) $\frac{2\frac{2}{7} + 1\frac{3}{14}}{3,5}$; г) $\frac{6,3}{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}}$; д) $\frac{7,2 \cdot 1,6}{0,4 \cdot 0,8}$; е) $\frac{2,7}{0,09}$.

3.27 На печать художественной литературы израсходовали $\frac{3}{4}$ привезённой в типографию бумаги, а на детскую литературу ушло $\frac{2}{9}$ от количества бумаги, израсходованного на художественную литературу. Сколько бумаги израсходовали на детскую литературу, если всего привезли 24 т бумаги?

3.28 Напольной плиткой покрыто $\frac{2}{5}$ площади квартиры. На пол на кухне ушло $17,5 \text{ м}^2$ плитки, что составило $\frac{5}{9}$ всей напольной плитки. Какова площадь квартиры?

3.29 Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, у которого:

- 1) ширина 1,5 м и составляет $\frac{5}{6}$ длины, а высота в 1,8 раза меньше длины;
- 2) длина 15,3 м и составляет 0,9 высоты, а высота в 3,4 раза больше ширины.

2 Найдите отношение величин:

- а) 4 кг к 1 т; г) 10 а к 500 га;
 б) 45 мин к 1 ч 15 мин; д) 80 л к 2 м³;
 в) 28 дм к 3 м; е) 12 км к 2 ч.

3 Выразите в процентах отношение:

- а) 2 мм к 1 см; б) 3 мин к 1 ч.

4 Верно ли?

- а) Произведение двух взаимно обратных отношений равно 1.
 б) Частное двух взаимно обратных отношений равно 1.
 в) Отношение двух чисел уменьшится, если каждое из них разделить на 5.
 г) Отношение $a : b$ показывает какую часть число a составляет от числа b .

Проверочная работа № 2

1 Разделите число 693 в отношении:

- а) 1 : 98; г) 4 : 7;
 б) 2 : 7; д) 34 : 43;
 в) 2 : 5; е) 2 : 3.

2 Рассмотрите рисунок 3.1 и ответьте на вопросы.

- а) Какую часть площадь дома составляет от площади участка?
 б) Во сколько раз площадь гаража меньше площади дома?
 в) Найдите отношение площади дома к площади огорода и отношение площади огорода к площади дома.
 г) Площадь выделенную под огород планируют разделить в отношении 1 : 5. Меньшую из полученных площадей займёт парник. Найдите площадь парника.



Рис. 3.1

19. Пропорция

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- пропорция
- крайние члены
- средние члены

Два отношения могут быть равными или неравными. А два равных отношения можно соединить знаком равенства.

Например, в отношениях $5,2 : 1,3$ и $9,6 : 2,4$ частные равны 4. Значит, можно записать равенство

$$5,2 : 1,3 = 9,6 : 2,4, \text{ или } \frac{5,2}{1,3} = \frac{9,6}{2,4}.$$

Равенство двух отношений называют **пропорцией**:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$



Пропорцию можно читать двумя способами. Например:

- отношение 5,2 к 1,3 равно отношению 9,6 к 2,4;
- 5,2 так относится к 1,3, как 9,6 к 2,4.

Отношения $4,6 : 2,3$ и $52,8 : 17,6$ не равны, потому что $4,6 : 2,3 = 2$, а $52,8 : 17,6 = 3$, и, значит, пропорцию из этих отношений составить нельзя.

Числа a , b , c и d называют **членами** пропорции. В дальнейшем будем считать, что все члены пропорции не равны 0.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

В пропорции $a : b = c : d$, или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, числа a и d называют **крайними членами**, а числа b и c — **средними членами пропорции**.

Эти названия условны. Если поменять правую и левую части пропорции: $c : d = a : b$, то крайние члены станут средними и наоборот.

Найдём произведение средних членов и произведение крайних членов пропорции $\frac{5,2}{1,3} = \frac{9,6}{2,4}$:

$$1,3 \cdot 9,6 = 12,48; \quad 5,2 \cdot 2,4 = 12,48.$$

Следовательно, $1,3 \cdot 9,6 = 5,2 \cdot 2,4$.

основное свойство пропорции

Произведение крайних членов в пропорции равно произведению её средних членов:

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Верно и следующее утверждение:

Если для чисел a , b , c , d не равных нулю, выполняется $a \cdot d = b \cdot c$, то можно составить пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Например, для чисел 5, 7, 15 и 21 можно составить пропорцию $\frac{21}{15} = \frac{7}{5}$, так как $21 \cdot 5 = 15 \cdot 7 = 105$. Из пропорции можно составить ещё семь новых пропорций. Для этого, например, поменяем местами крайние члены:

$$\frac{5}{15} = \frac{7}{21}.$$

Произведение крайних и произведение средних членов не изменились. Эти произведения не изменятся, если в данной пропорции поменять местами средние члены.

В пропорции можно: 1) переставлять местами средние члены; 2) переставлять местами крайние члены; 3) средние члены сделать крайними и крайние — средними членами.

Пользуясь основным свойством пропорции, можно найти неизвестный её член по трём известным членам.

Пример 1. Найдём неизвестный средний член x в пропорции $0,6 : x = 4 : 17$.

Используя основное свойство пропорции, запишем

$$x \cdot 4 = 0,6 \cdot 17, \text{ отсюда } x = \frac{0,6 \cdot 17}{4}; \quad x = 2,55.$$

Пример 2. Решим уравнение $\frac{1\frac{3}{4}}{6,85} = \frac{0,35}{t}$.

По основному свойству пропорции получим

$$6,85 \cdot 0,35 = 1\frac{3}{4} \cdot t, \text{ отсюда } t = \frac{6,85 \cdot 0,35}{1\frac{3}{4}}.$$

Вычислим значение t , представив $1\frac{3}{4}$ в виде десятичной дроби 1,75 и сократив выражение на 0,35:

$$t = \frac{6,85 \cdot 0,35}{1,75} = \frac{6,85}{5} = 1,37.$$



Что называют пропорцией?

Назовите крайние и средние члены пропорции $x : y = t : z$.

Сформулируйте основное свойство пропорции.

Как проверить, образуют ли два отношения пропорцию?

Как найти неизвестный член пропорции?

К

3.39 Запишите в виде равенства утверждение:

а) 8 так относится к 7, как 4 относится к 3,5;

б) 0,6 так относится к $\frac{2}{3}$, как 21 относится к $23\frac{1}{3}$;

в) отношение $\frac{2}{9}$ к 0,2 равно отношению 17 к 15,3.

Проверьте, являются ли полученные равенства пропорциями.



3.40 Из каких отношений $0,5 : 2,5$, $3,4 : 85$, $\frac{3}{4} : 3,75$ можно составить пропорцию?

3.41 Проверьте, верно ли равенство, используя основное свойство пропорции:

а) $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2} = 28 : 18$; в) $3\frac{1}{5} : 8 = 1 : 32$; д) $\frac{32}{4} = \frac{56}{7}$;

б) $10,5 : 7 = 5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{2}$; г) $\frac{0,43}{0,9} = \frac{0,131}{0,27}$; е) $\frac{17}{1,4} = \frac{2,4}{0,07}$.



3.42 Найдите неизвестный член пропорции:

а) $t : 42,4 = 26,1 : 63,6$; в) $4,5 : 2,25 = y : 3,5$;

б) $4\frac{1}{2} : 2\frac{2}{5} = 3\frac{1}{4} : t$; г) $\frac{25}{6} : x = \frac{20}{21} : \frac{4}{7}$.

3.43 Найдите неизвестный член пропорции:

а) $\frac{42,6}{x} = \frac{5,34}{4,45}$; в) $\frac{1,7}{2,1} = \frac{5,1}{p}$;

б) $\frac{32,4}{8} = \frac{y}{0,6}$; г) $\frac{q}{0,08} = \frac{9,8}{0,28}$.

3.44 Составьте ещё пропорции, переставив члены данной пропорции:

а) $4 : 16 = 7 : 28$; б) $\frac{24}{0,4} = \frac{36}{0,6}$; в) $\frac{p}{q} = \frac{l}{k}$.

3.45 Решите пропорцию:



а) $\frac{13,7}{4} = \frac{9t}{3,6}$;

в) $\frac{1,5}{a + 0,03} = \frac{6,3}{0,21}$;

б) $\frac{1}{3}a : 6 = 14 : 0,7$;

г) $4\frac{4}{5} : 2,5 = 1\frac{1}{2} : (0,4 + b)$.

3.46 Составьте восемь пропорций из равенства $12 \cdot 4 = 160 \cdot 0,3$.



3.47 Вычислите.

а)
$$\begin{array}{r} 16 \cdot 10 \\ - 90 \\ \hline : 7 \\ \cdot 5 \\ - 28 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 800 : 25 \\ \cdot 30 \\ - 510 \\ : 10 \\ \cdot 2 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 7 : 5 \\ - 0,2 \\ \cdot 6 \\ + 3,8 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 0,5 \cdot 20 \\ + 2,3 \\ : 4,1 \\ + 5,2 \\ : 0,2 \\ \hline ? \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 4 - 2,8 \\ \cdot 7 \\ : 0,4 \\ \cdot 0,01 \\ + 3,3 \\ \hline ? \end{array}$$

3.48 Подставьте вместо знака вопроса знак действия так, чтобы получилось верное равенство:

а) $1\frac{5}{6} ? \frac{6}{11} = 1$;

б) $3 ? 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

в) $\frac{5}{9} ? \frac{7}{9} = \frac{5}{7}$;

г) $\frac{5}{14} ? 0,7 = \frac{1}{4}$.

3.49 Найдите отношение величин:



а) 2,4 см к 60 м;

б) 10 т к 250 кг;

в) 1 мин к 12 с;

г) 600 см^3 к 2 м^3 .

3.50 Найдите число, если $\frac{3}{7}$ этого числа равны $\frac{7}{18}$ этого числа.

3.51 Какое число надо отнять от числителя и знаменателя дроби $\frac{13}{33}$, чтобы получить дробь $\frac{1}{6}$?



3.52 Какие фигуры (рис. 3.2) являются развёртками (штрихами отмечены равные отрезки):

а) треугольной призмы; б) четырёхугольной призмы; в) треугольной пирамиды?

3.53 На ёлочной гирлянде из 60 лампочек не горит 6 лампочек. Сколько процентов составляют горящие лампочки от всех лампочек?

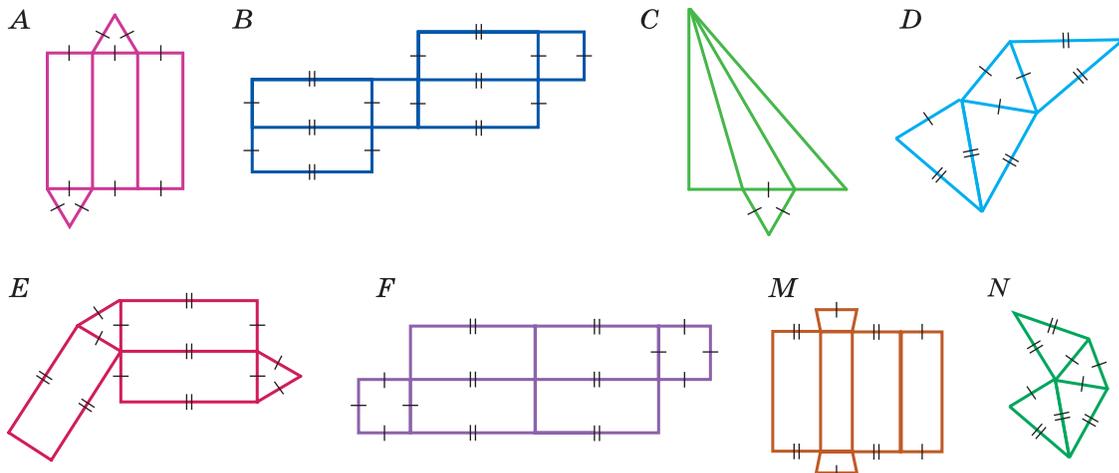


Рис. 3.2

- 3.54** Градусные меры углов M и N равны 70° и 56° . Какую часть угла M составляет угол N ? Во сколько раз угол N больше угла M ?
- 3.55** В начале зимы лыжи стоили 1800 р., а в конце сезона — 1200 р. На сколько процентов была снижена цена? Сколько процентов новая цена составляет от прежней цены?
-  **3.56** В многоэтажном доме двухкомнатные и трёхкомнатные квартиры, причём на каждые 3 двухкомнатные квартиры приходится одна трёхкомнатная. Сколько процентов составляют двухкомнатные квартиры от общего числа квартир? Сколько всего квартир в доме, если в доме 384 двухкомнатные квартиры?


Д

- 3.57** Можно ли составить пропорцию из двух отношений:
а) $3,06 : 0,9$ и $4,08 : 1,2$; б) $0,0056 : 0,14$ и $0,136 : 0,34$.
- 3.58** Найдите неизвестный член пропорции:
а) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7} = 2\frac{1}{3} : t$; в) $y : \frac{2}{3} = 8\frac{1}{6} : 2\frac{1}{3}$;
б) $3\frac{1}{3} : s = 4\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$; г) $5\frac{1}{7} : \frac{6}{7} = z : \frac{12}{17}$.
- 3.59** Продолжительность светового дня 4 февраля составила 8,4 ч. Сколько процентов составила продолжительность светового дня от суток?
- 3.60** Аня дошла из дома до парка за 5 мин и, надев ролики, увеличила скорость движения на 120 м/мин. Через 35 мин после выхода из дома оказалось, что она преодолела путь 6505 м. С какой скоростью Аня шла из дома до парка?
- 3.61** Найдите число, если разность $\frac{7}{9}$ этого числа и 0,4 равна 1.
- 3.62** Найдите значение выражения:
а) $746,2 : (5,6 \cdot 6,5) - 204,12 : (2,7 \cdot 7,2)$;
б) $299,71 : (3,4 \cdot 4,3) - 8,06 : (2,6 \cdot 6,2)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Рассмотрите пропорцию $6,72 : 3,2 = x : \frac{1}{2}$ и выполните для неё следующие задания:

- 1** Запишите крайние члены пропорции.
- 2** Запишите средние члены пропорции.
- 3** Найдите неизвестный член пропорции. Каким свойством пропорции вы воспользовались?
- 4** Составьте ещё несколько пропорций, переставляя её члены.
- 5*** Допишите задачу так, чтобы она решалась с помощью исходной пропорции: «Улитка проползла 6 м 72 см за 3,2 ч...»

20. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- прямо пропорциональные величины
- обратно пропорциональные величины

a	1	2	4	8
P	4	8	16	32

Если сторона квадрата равна a , то его периметр находят по формуле $P = 4a$. Для вычисления периметра надо знать величину a , т. е. P зависит от a . Между величинами a и P существует зависимость, которая обладает следующим свойством:

отношение этих величин остаётся постоянным ($\frac{P}{a} = 4$).

При увеличении (уменьшении) стороны квадрата в несколько раз его периметр увеличивается (уменьшается) во столько же раз (см. таблицу). Такие величины называют прямо пропорциональными величинами.

✓ Две величины называют **прямо пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Такие величины обладают следующим свойством: *отношения соответствующих значений прямо пропорциональных величин равны*.

Прямо пропорциональная зависимость существует между скоростью и пройденным расстоянием, количеством товара и его стоимостью, производительностью и сделанной работой и т. д.

⊙ Если стороны прямоугольника равны a и b , то его площадь вычисляется по формуле $S = ab$. Рассмотрим прямоугольники, у которых площадь равна 12 м^2 .

При увеличении (уменьшении) значения одной стороны в несколько раз значение другой стороны уменьшается (увеличивается) во столько же раз (см. таблицу), а произведение величин остаётся постоянным. Такие величины называют обратно пропорциональными величинами.

a	b
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

✓ Две величины называют **обратно пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Такие величины обладают следующим свойством: *произведения соответствующих значений обратно пропорциональных величин равны*.

Обратно пропорциональная зависимость существует между скоростью и временем при одинаковом расстоянии, количеством товара и его ценой при определённой сумме покупки и т. д.

Не всякие две величины являются прямо пропорциональными или обратно пропорциональными. Например, масса котёнка увеличивается при увеличении его возраста, но эти величины не являются пропорциональными, так как при утроении возраста масса котёнка не утраивается.



Рассмотрим задачи на пропорциональные величины, которые можно решить с помощью пропорции.

Задача 1. Из 3,5 кг семян подсолнечника получили 1,4 кг масла. Сколько масла получится из 9,5 кг семян?

Решение. Обозначим буквой x массу масла, полученного из 9,5 кг семян, и запишем кратко условие задачи в виде схемы:

	↓	Масса семян		Масса масла	↓
Отжим I	↓	3,5 кг		1,4 кг	↓
Отжим II	↓	9,5 кг		x кг	↓

Если взять в несколько раз больше семян по массе, то и масса отжатого из них масла увеличится во столько же раз, значит, зависимость между массой семян и массой полученного масла прямо пропорциональная. Такую зависимость можно обозначить одинаково направленными стрелками. Запишем пропорцию и найдём её неизвестный член:

$$\frac{3,5}{9,5} = \frac{1,4}{x}; \quad x = \frac{9,5 \cdot 1,4}{3,5} = 3,8.$$

Ответ. 3,8 кг.

Задача 2. Расстояние между двумя городами первый поезд проходит со средней скоростью 60 км/ч за 4 ч. За сколько часов пройдёт то же расстояние второй поезд, если его средняя скорость 80 км/ч?

Решение. Обозначив буквой x время движения второго поезда, запишем кратко условие задачи:

	↓	Время		Скорость	↑
Поезд I	↓	4 ч		60 км/ч	↑
Поезд II	↓	x ч		80 км/ч	↑

Зависимость между скоростью и временем движения при одном и том же значении расстояния обратно пропорциональная, так как если увеличить скорость поезда в несколько раз, то время во столько же раз уменьшится. Обозначим такую зависимость противоположно направленными стрелками. Запишем пропорцию и найдём её неизвестный член:

$$\frac{4}{x} = \frac{80}{60}; \quad x = \frac{4 \cdot 60}{80} = 3.$$

Ответ. 3 ч.

- ?** Какие величины называют прямо пропорциональными? Каким свойством они обладают?
 Приведите примеры прямо пропорциональных величин.
- Какие величины называют обратно пропорциональными? Каким свойством они обладают?
 Приведите примеры обратно пропорциональных величин.
 Приведите примеры величин, у которых зависимость не является ни прямо, ни обратно пропорцио

К

- 3.63** Найдите, зависимость между какими величинами прямо пропорциональная, обратно пропорциональная, а между какими не является пропорциональной:
- а) время движения поезда и пройденный за это время путь при постоянной скорости;
 - б) количество одинакового товара и его стоимость;
 - в) число рабочих одинаковой квалификации и время выполнения определённой работы;
 - г) масса деревянного бруска и его длина;
 - д) время работы снегоуборочной техники и число единиц одинаковой техники;
 - е) цена товара и его количество при определённой сумме покупки;
 - ж) возраст человека и его рост;
 - з) площадь квадрата и длина его стороны;
 - и) высота прямоугольного параллелепипеда и его объём при постоянной площади основания;
 - к) урожайность зерна с 1 га и масса зерна при постоянной площади посева;
 - л) множители при данном произведении;
 - м) делимое и делитель при данном частном.

Решите задачи **3.64–3.75**, используя пропорцию.

- 3.64** Труба длиной 2,5 м имеет массу 11,8 кг. Найдите массу такой же трубы длиной 4 м.



- 3.65** Из 25,5 м шерстяной ткани пошили 15 юбок. Сколько ткани нужно для 5 таких юбок?

- 3.66** Шесть станков штампуют нужное количество деталей за 9 ч. За сколько часов штампуют такое же количество деталей 9 таких же станков?

- 3.67** Из города А в город В турист ехал на машине 6,5 ч со скоростью 56 км/ч. Сколько времени потратил бы турист, двигаясь со скоростью 65 км/ч?



- 3.68** Из 364 выпускников музыкальной школы 91 хочет продолжить образование. Какой процент выпускников хочет продолжить музыкальное образование?

- 3.69** При модернизации производства заменили 75 % станков. Сколько всего станков на производстве, если заменили 45 станков?

- 3.70** Из аэропорта вылетает 400 самолётов ежедневно. Из них 280 по внутренним рейсам. Какой процент внутренних рейсов и какой — международных?

- 3.71** На АвтоВАЗе было запланировано в год выпустить 300 000 автомобилей, однако план был выполнен на 115 %. Сколько автомобилей выпустил АвтоВАЗ?

- 3.72** За 3 месяца шахтёры отправили на коксоперерабатывающее предприятие 72 % запланированного угля. Сколько процентов запланированного количества угля отправят шахтёры за 5 месяцев, если будут работать с той же производительностью?

- 3.73** За 5 дней было собрано 22,5 % всей пшеницы. Сколько дней потребуется, чтобы собрать 94,5 % всей пшеницы?



- 3.74** При производстве яблочного пюре на 9 частей пюре приходится 2 части отходов. Сколько отходов получится при производстве 24,5 т яблочного пюре?

- 3.75** На ценнике указана стоимость 150 г сыра — 84,57 р. Чему равна стоимость 450 г этого же сыра?



3.76 Вычислите.

а) $500 + 310$	б) $910 : 13$	в) $1,5 \cdot 0,6$	г) $6,8 + 2,2$	д) $5 - 3,6$
$: 90$	$+ 8$	$+ 2,5$	$: 6$	$\cdot 4$
$\cdot 60$	$- 14$	$: 1,7$	$+ 3$	$: 14$
$- 120$	$: 160$	$- 0,6$	$\cdot 0,2$	$: 0,02$
$: 14$	$\cdot 350$	$: 0,2$	$: 1,8$	$+ 0,7$
_____	_____	_____	_____	_____
?	?	?	?	?

3.77 Представьте дроби $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{36}$ в виде суммы двух дробей с числителем 1.

3.78 Из чисел 4, 5, 16 и 20 составьте три пропорции.

3.79 Какими могут быть средние члены пропорции, если её крайние члены 7 и 8? Приведите примеры.

3.80 Найдите x :

а) $\frac{x}{8} = \frac{2x}{16}$; б) $\frac{x}{16} = \frac{x}{4}$; в) $\frac{x}{16} = \frac{4}{x}$; г) $\frac{4}{7} = \frac{x}{x}$; д) $\frac{x}{x} = \frac{x}{9}$.



3.81 Найдите отношение:

а) 3 ч к 20 мин; в) 0,1 т к 0,2 кг; д) 4 см³ к 0,4 дм³;
 б) 0,7 дм² к 0,1 см²; г) 6 ч к 1 сут; е) 6 га к 120 а.

3.82 Отметьте на координатной прямой число m для пропорции $\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$ (рис. 3.3).



Рис. 3.3

Ц3.83 *Развивай память.* Развить слуховую и зрительную память поможет пирамида из двузначных чисел. Числа в пирамиде могут быть другие.

а) Для проверки слуховой памяти попросите кого-нибудь прочитать числа из первой строки, после чего вы по памяти их записываете по порядку. Затем вторую строку и т. д. Если сможете без ошибок записать числа трёх строк, то слуховая память у вас хорошая, если больше, то отличная. Если допускаете ошибки при записи первых трёх строк, то меняйте числа и тренируйтесь.

б) При проверке зрительной памяти сначала закройте всю пирамиду, а затем на 5—15 с (в зависимости от количества чисел в строке) откройте первую строку и, закрыв её, по памяти запишите числа по порядку. Если записали числа правильно, переходите ко второй строке и т. д.

26	28	46					
69	38	17	42				
41	74	16	53	20			
65	52	81	23	46	19		
37	71	91	17	77	64	33	
12	84	35	25	71	59	23	30

3.84 Найдите неизвестный член пропорции:

а) $7 : 28 = 5,5 : 4x$; в) $1,35 : 0,6 = 1,08 : 0,4x$;

б) $3x : 11 = 1\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4}$; г) $2\frac{1}{4} : 1 = 3x : \frac{2}{3}$.

3.85 Можно ли составить пропорцию из чисел:

а) 13; 9; 7; 29; б) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $1\frac{3}{4}$; $1\frac{7}{8}$?

3.86 Используя равенство произведений $14 \cdot 6 = 42 \cdot 2$, составьте две пропорции.

3.87 Отрезок MK равен 24 м, отрезок LN — 6 дм. Чему равно отношение отрезков MK и LN ? Какую часть отрезка MK составляет отрезок LN ?

3.88 В забеге принимали участие 350 школьников. Из них 64 % — мальчики, а остальные — девочки. На сколько больше участвовало в забеге мальчиков, чем девочек?

3.89 Выполните действия:

а) $\frac{(3,4 + 4,3) \cdot 3\frac{4}{9}}{(8,6 - 5,5) : \frac{9}{11}}$; б) $\frac{\frac{1}{9} : \frac{5}{18} + 3,125 \cdot 0,8}{(4\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3}) : 1\frac{2}{29}} + 23\frac{4}{5}$.

3.90 1) В каждой партии из 1500 фонариков в среднем 18 фонариков бракованные. Какой процент всей партии составляют исправные фонарики?

2) В партии на 1200 шариковых ручек приходится 15 ручек, которые не пишут. Какой процент от всей партии составляют пишущие ручки?

Р 3.91 В Санкт-Петербург приехали 86 туристов. Русский музей хотят посетить 48 туристов, Эрмитаж — 69 и оба музея хотят посетить 36 туристов. Сколько человек не собираются посещать эти музеи?

3.92 Вычислите:

1) $3,16 \cdot 0,6 + 7,5744 : 3,6$; 2) $7,0112 : 2,8 + 1,6 \cdot 2,81$.

Д

3.93 В приюте для животных на 25 кошек ежедневно расходуется 2 кг корма. Сколько корма потребуется в день, если из приюта заберут 5 кошек? (На каждое животное выделено одинаковое количество корма.)

3.94 Пять снегоуборочных машин почистили дорогу за 24 мин. За какое время почистят эту же дорогу 8 снегоуборочных машин?

3.95 За 2,4 кг картофеля заплатили 86,4 р. Сколько можно купить картофеля на 126 р.?

3.96 Золото имеет 41,5 % примесей. Сколько килограммов примесей содержится в 3,5 кг такого золота? Округлите ответ до десятых долей килограмма.

3.97 В оливках содержится 64,8 % масла. Сколько килограммов оливок необходимо взять, чтобы в них содержалось 40,5 кг масла?

3.98 В пачке творога массой 250 г содержится 41,7 г белка. Определите процентное соотношение белка в твороге.

3.99 В шоколаде содержится 70 % какао. Сколько какао в шоколадке массой 90 г?

3.100 Найдите значение выражения:

а) $43,52 : 0,85 + 144,18 : (132 - 128,76)$;
б) $378,87 : (92 - 87,62) + 83,2 : 6,5$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1 Одну из двух прямо пропорциональных величин увеличили в 4 раза. Как изменится вторая величина?
- 2 Одну из двух обратно пропорциональных величин уменьшили в 6 раз. Как изменится вторая величина?
- 3 Заполните таблицу, если величины x и y обратно пропорциональны.

x	60	80		9,6				12
y	4		2		1,5	2,5	$3\frac{3}{4}$	

- 4 Составьте задачу по схеме.

	Масса товара	Стоимость покупки
Покупка I	↓ 2,5 кг	185 р. ↓
Покупка II	↓ x кг	407 р. ↓
	Время	Скорость
Теплоход I	↑ 2 ч 45 мин	20 км/ч ↓
Теплоход II	↑ 2 ч 12 мин	x км/ч ↓

Какая зависимость между величинами в составленных задачах? Решите составленные задачи с помощью пропорций.

Проверочная работа № 2

Рассмотрите таблицу и ответьте на вопросы.

- 1 Сколько нужно взять жидкости, чтобы получить 780 г рисовой жидкой каши?
- 2 Сколько нужно взять соли для приготовления 240 г вязкой овсяной каши?
- 3 Сколько нужно жидкости и соли для приготовления 500 г жидкой манной каши?
- 4 Приготовили 455 г жидкой овсяной каши. Сколько жидкости и соли потребовалось?

Каша	Норма на 100 г крупы		Выход каши, г
	Жидкость, г	Соль, г	
Рисовая:			
рассыпчатая	210	4	280
вязкая	370	4	450
жидкая	570	5	650
Овсяная:			
вязкая	320	4	400
жидкая	420	5	500
Манная:			
вязкая	370	4	450
жидкая	570	6	650

21. Масштаб

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- масштаб

Практическим применением отношения величин является масштаб карты, который широко используется в географии. Например, если масштаб карты $1 : 100\,000 = \frac{1}{100\,000}$ (рис. 3.4), то 1 см на карте соответствует $100\,000\text{ см} = 1\text{ км}$ на местности, так как 1 см равен одной стотысячной доле километра.

Масштабом карты называют отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности.



1 : 100 000

Рис. 3.4

Масштаб используют не только в картах. Прежде чем построить стадион или ракету, делают их чертежи на бумаге или на компьютере. При этом уменьшают все размеры, используя подходящий масштаб. В биологии при изображении мелких насекомых, клеток, микробов, бактерий применяют масштаб, большой единицы (рис. 3.5).

Задача 1. Длина отрезка на карте 4 см. Чему равно соответствующее расстояние на местности, если масштаб карты $1 : 10\,000\,000$?

Решение. Обозначим расстояние на местности (в сантиметрах) буквой x и найдём отношение длины отрезка на карте к расстоянию на местности: $4 : x$. Оно будет равно масштабу карты. Значит,

$$4 : x = 1 : 10\,000\,000.$$

Решив уравнение, получим

$$x = 4 \cdot 10\,000\,000 = 40\,000\,000.$$

Но $40\,000\,000\text{ см} = 400\,000\text{ м} = 400\text{ км}$.

Ответ. Расстояние на местности 400 км.

Задача 2. Расстояние на местности 5,2 км. Отрезком какой длины будет изображено это расстояние на карте, сделанной в масштабе $1 : 1\,000\,000$?

Решение. Обозначим длину отрезка на карте буквой x , составим пропорцию и решим уравнение:

$$x : 5,2 = 1 : 1\,000\,000;$$

$$x = 5,2 : 1\,000\,000 = 0,0000052.$$

Но $0,0000052\text{ км} = 0,0052\text{ м} = 0,52\text{ см}$.

Ответ. Длина отрезка на карте 0,52 см.



7 : 1

Рис. 3.5

? Что такое масштаб карты?
 Чертёж детали выполнен в масштабе $1 : 150$. Какова длина детали, если длина детали на чертеже 1 см?

К

3.101 Расстояние между Москвой и Владимиром 180 км. Найдите масштаб карты, если на ней это расстояние равно: а) 72 мм; б) 4,5 см; в) 12 см.

3.102 а) Определите по карте (рис. 3.6) расстояния от леса (точка А) до посёлков Лесное (точка В) и Ягодное (точка С).
б) Определите размеры божьей коровки по рисунку 3.5.

3.103 Расстояние между населёнными пунктами на карте равно 6,5 см. Найдите расстояние между этими пунктами на местности, если масштаб карты $\frac{1}{100\,000}$.

3.104 Протяжённость территории России с запада на восток составляет примерно 10 000 км. Уместится ли на одной странице тетради это расстояние в масштабе одна десятимиллионная?

3.105 На рисунке 3.7 изображены два участка земли в масштабе 1 : 50 000. Найдите их действительные размеры, периметр и площадь.

3.106 На плане садового участка изображена схема водопровода. Протяжённость трубы, идущей от колодца по участку, равна 36 м, что соответствует на плане 5,3 см. Чему равно расстояние от дома до колодца, если на карте это расстояние равно 7,8 см?

3.107 Длина Байкало-Амурской магистрали 4324 км. Какой длины получится линия, изображающая эту магистраль на карте, сделанной в масштабе:

- 1) 1 : 20 000 000; 2) 1 : 25 000 000?

3.108 Расстояние между Солнцем и Землёй равно 149,6 млн км и изображено на схеме отрезком, равным 6 см. Чему равно на этой схеме расстояние между Солнцем и Марсом, если между ними 227,9 млн км? Какое расстояние от Солнца до Юпитера, если на схеме оно равно 31 см? Результаты округлите до десятых.

3.109 Рёбро куба на развёртке, сделанной в масштабе 1 : 4, равно 11,25 см. Чему будет равно ребро этого же куба на развёртках, сделанных в масштабах 1 : 3, 1 : 5?



1 : 100 000

Рис. 3.6

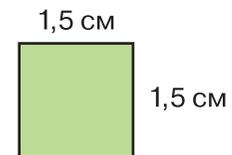
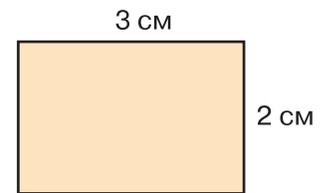


Рис. 3.7

П

3.110 Вычислите.

а) $320 + 180$	б) $630 : 90$	в) $3,5 + 4,5$	г) $0,5 \cdot 1,8$
$: 20$	$\cdot 60$	$: 10$	$- 0,15$
$\cdot 6$	$+ 180$	$- 0,3$	$: 0,3$
$- 80$	$: 15$	$\cdot 17$	$+ 5,5$
$\cdot 13$	$\cdot 25$	$+ 2,5$	$: 1,6$
_____ ?	_____ ?	_____ ?	_____ ?

3.111 Четыре пятых от четырёх пятых числа равны четырём пятым. Какое это число?

3.112 От числителя и знаменателя дроби $\frac{17}{39}$ отняли число и получили дробь, равную $\frac{4}{15}$. Какое число отняли?



3.113 Составьте четыре пропорции из отношений:

- а) $27 : 3$ и $72 : 9$;
 б) $1,02 : 0,34$ и $7,5 : 2,5$;
 в) $3,6 \cdot 36$ и $5,4 \cdot 24$;
 г) $0,8 \cdot 1,17$ и $5,2 \cdot 0,18$.



3.114 Сколько:

- а) метров в 1 мм; в) суток в 1 ч;
 б) аров в 1 м²; г) литров в 1 см³?

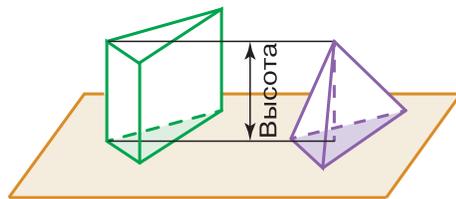


Рис. 3.8



3.115 Объём призмы в 3 раза больше объёма пирамиды, у которой высота и основание равны высоте и основанию призмы (рис. 3.8). Найдите объём четырёхугольной пирамиды, в основании которой прямоугольник со сторонами $\frac{3}{4}$ м и $\frac{8}{9}$ м, а высота равна 9 м.

3.116 Для приготовления гарнира из 0,2 кг гречневой крупы нужно взять 600 мл воды. Сколько воды потребуется, чтобы приготовить гарнир из 0,7 кг крупы?

3.117 С первого поля площадью 4,5 га собрали 15,3 т ячменя. Какова площадь второго поля, если при одинаковой урожайности с него собрали 18,7 т ячменя?

3.118 Постройте развёрнутый угол и проведите внутри него из вершины два луча, угол между которыми 144° . Закрасьте угол между этими лучами. Какая часть развёрнутого угла окажется закрашенной и какая часть останется незакрашенной?



3.119 1) Сумма двух чисел равна 6,5. Найдите эти числа, если меньшее число равно $\frac{1}{4}$ большего числа.
 2) Разность двух чисел равна 3,2. Найдите эти числа, если меньшее число равно $\frac{1}{3}$ большего числа.



3.120 Решите пропорцию: 1) $\frac{2\frac{7}{12}}{6\frac{1}{5}} = \frac{y}{2,2}$; 2) $\frac{2\frac{3}{4}}{4\frac{1}{8}} = \frac{1,6}{t}$.



3.121 Найдите по карте расстояние от Москвы до Екатеринбурга.

3.122 Начертите план одной из комнат в вашей квартире, доме, измерив её длину и ширину. Выберите масштаб $\frac{1}{100}$.

3.123 Играя в пиратов, ребята закопали сокровища в 3,5 м от рябины, изобразив на карте это расстояние отрезком, равным 4 см. Каков масштаб на карте ребят?

3.124 Расстояние между двумя соседними станциями метро на плане города 5 см. Чему равно это расстояние на местности, если масштаб плана $1 : 90\,000$?

3.125 Расстояние между озёрами равно 13 км. Каким отрезком будет изображено это расстояние на карте, масштаб которой $1 : 100\,000$?

3.126 Один из размеров детали на чертеже, сделанном в тетради ученика в масштабе $1 : 2$, равен 9,6 см. Найдите, чему равен этот же размер детали на чертеже, сделанном учителем на доске в масштабе $5 : 1$.

3.127 Выполните действия:

а) $\frac{0,21 \cdot 1,25}{13,6 - 11,1}$; б) $\frac{2,781}{2,06} + \frac{7,825}{3,13}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 В проекте «Особый взгляд на Золотое кольцо» созданы тактильные бронзовые модели архитектурных объектов Золотого кольца для людей с нарушением зрения. Модель выполнена в масштабе 1 : 100. Какова высота архитектурного объекта, если высота модели 57 см?
- 2 Бронтозавр — огромный динозавр с длинной шеей — достигал в высоту 5 м, а в длину 22 м. Определите высоту и длину модели этого динозавра, выполненной в масштабе 1 : 1000.
- 3 Заполните таблицу.

Расстояние между точками на карте, см	3		6,5	0,5	7,2
Расстояние между точками на местности, км		450 000	1 300 000	250 000	
Масштаб карты	1 : 10 000	1 : 100 000			1 : 50 000

- 4 На плане длина прямоугольного участка равна 26,1 см, а ширина — 11,3 см. Найдите площадь участка, если план выполнен в масштабе $\frac{1}{300}$. Ответ дайте в квадратных метрах.



Понятие пропорции как равенства двух отношений чисел для натуральных чисел было известно в древности.

Слово *proportio* ввёл в употребление Цицерон в I в. до н. э., переводя на латынь платоновский термин *αναλογία*, который означал «соответствие», «соотношение». Современную запись пропорции ввёл немецкий учёный Г. Лейбниц в 1693 г. В XVII в. пропорцию

$$a : b = c : d$$

ещё записывали так:

$$a | b | c | d.$$

Систематически пропорции начали изучать в Древней Греции. Сначала рассматривали лишь пропорции, составленные из натуральных чисел. Первыми теорию пропорций разработали древнегреческий учёный Пифагор и его ученики. С пропорциями они связывали порядок и красоту природы, созвучие в музыке, гармонию Вселенной. В IV в. до н. э. древнегреческий учёный Евдокс предложил систематическое учение о пропорциях применительно не только к натуральным, но и к дробным числам. Строгая теория отношений и пропорций была построена в III в. до н. э. древнегреческим геометром Евклидом в его знаменитых «Началах».

Пропорции существуют в живой природе и применяются практически во всех сферах жизни человека: искусстве, кулинарии, медицине, технике и др.

Рычаг является одним из древнейших механизмов, в котором применена пропорциональность. Этот простейший механизм позволял многократно увеличивать физические возможности человека.

Первым рычагом, наверное, была палка (рис. 3.9), с помощью которой человек поднимал камни, выдёргивал съедобные корни. Примером рычага являются такие орудия труда, как мотыга, метла, весло, весы, ножницы, пассатижи, безмен, шлагбаум, тачка и др.

Полностью понял и сумел сформулировать принцип действия этого простого механизма Архимед. Ему принадлежит крылатое выражение: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю».

Пропорция $\frac{M}{m} = \frac{L}{l}$, где M и m — массы грузов, а L и l — плечи рычага (рис. 3.10), показывает, какую выгоду даёт рычаг.



Рис. 3.9

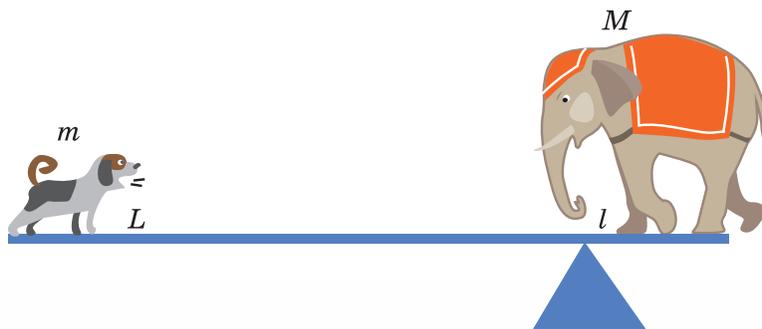


Рис. 3.10

Из многих пропорций, которыми пользовался человек, существует одна-единственная и неповторимая. Она была известна древним грекам, которые называли её *делением отрезка в крайнем и среднем отношении*. Эта пропорция определяется как *деление отрезка на две неравные части, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всему отрезку*. Отношение такой пропорции обозначают греческой буквой ϕ («фи»), и оно приближённо равно 0,618, или $\frac{5}{8}$.

Эту пропорцию называли по-разному: золотой, божественной, гармонической, **золотым сечением**, золотым числом.

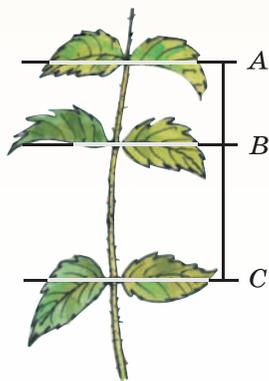
Греки считали принцип золотого сечения основополагающим в искусстве. Идеальные представления греков о человеческой фигуре можно увидеть, например, в скульптуре бога Аполлона.

Есть ещё и другие «золотые» пропорции тела. Например, пальцы человека состоят из трёх фаланг: основных, средних и ногтевых. Сумма длин двух первых фаланг пальца (за исключением большого пальца) в соотношении со всей длиной пальца и даёт число золотого сечения. Это же явление наблюдается и во многих знакомых нам вещах, например, расположение листьев на побеге тоже подчиняется золотому числу (рис. 3.11).

В разные века золотое сечение с успехом применялось в живописи, музыке, поэзии, архитектуре и т. п. Например, в V в. до н. э. греками был построен Парфенон — храм богини Афины (рис. 3.12). Для создания гармонической композиции на холме строители сделали насыпь, чтобы увеличить холм в южной части. Протяжённость холма перед Парфеноном, длина храма Афины и участка Акрополя за Парфеноном соответствуют золотой пропорции. Отношение высоты фасада Парфенона к его длине также равно 0,618. Многие исследователи, стремившиеся раскрыть секрет гармонии Парфенона, искали и находили в соотношениях его частей золотую пропорцию.

Основные элементы церкви Покрова на Нерли (построена в 1166 г.) взаимосвязаны золотой пропорцией и определяют красоту храма, который считается одним из величайших шедевров русского зодчества (рис. 3.13).

Церковь Вознесения в селе Коломенском (ныне Москва) построена в 1532 г. и является архитектурным гимном золотому сечению (рис. 3.14). При её возведении московские мастера использовали отношение мерной сажени и двух малых сажений, которое даёт золотое сечение.



$$BC : AC = AB : BC = \varphi$$

Рис. 3.11



Рис. 3.12



Рис. 3.13

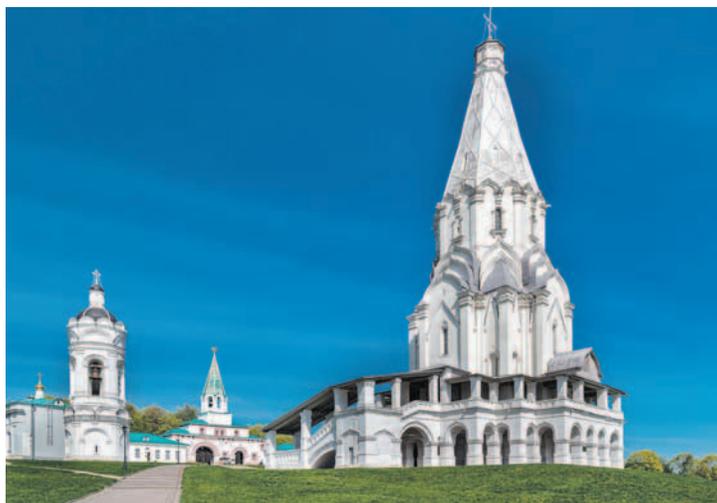


Рис. 3.14

22. Симметрии

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- симметричные точки
- ось симметрии
- центрально-симметричные точки
- центр симметрии

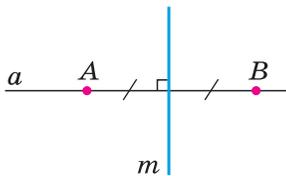


Рис. 3.15

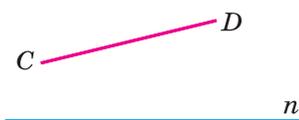


Рис. 3.16

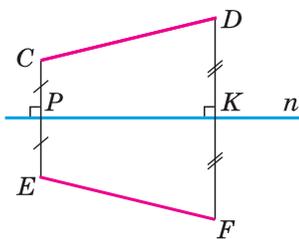


Рис. 3.17

Проведём на плоскости прямую m и прямую a под прямым углом к ней. На прямой a по разные стороны от прямой m отметим точки A и B на равных расстояниях от прямой m (рис. 3.15).

Точки A и B называют **симметричными** относительно прямой m , а прямую называют **осью симметрии** этих точек. Если точка лежит на оси симметрии, то говорят, что она симметрична самой себе.

Задача 1. Построить отрезок EF , симметричный отрезку CD относительно прямой n (рис. 3.16).

Решение. Для решения задачи проведём через точку C прямую под прямым углом к прямой n (рис. 3.17). Эта прямая пересекает ось симметрии n в точке P .

Отложим на прямой CP отрезок PE , равный отрезку CP , по другую сторону от оси. Точка E симметрична точке C относительно прямой n . Аналогично строим точку F , симметричную точке D . Отрезок EF симметричен отрезку CD относительно прямой n .

Если мы перегибём лист бумаги с чертежом по оси симметрии, симметричные отрезки совпадут. Значит, они равны.

Фигуры, симметричные относительно прямой, равны.

На фотографиях мы видим изображения ворот Летнего сада (рис. 3.18) и здания Казанского собора (рис. 3.19) в Санкт-Петербурге. Эти изображения состоят из двух половин, которые симметричны друг другу относительно прямой.

Говорят, что фигура симметрична относительно прямой, если эта прямая делит её на две части, симметричные друг другу. Прямую в этом случае называют осью симметрии данной фигуры.

В пространстве существует **зеркальная симметрия**. Это симметрия относительно плоскости, с ней мы встречаемся ежедневно, когда смотрим в зеркало.



Рис. 3.18



Рис. 3.19

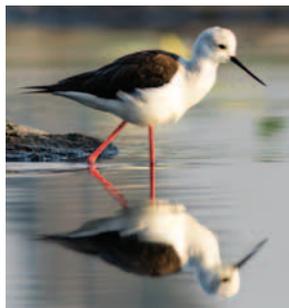


Рис. 3.20

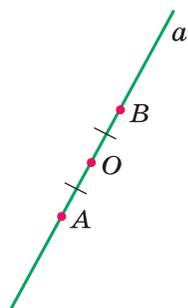


Рис. 3.21

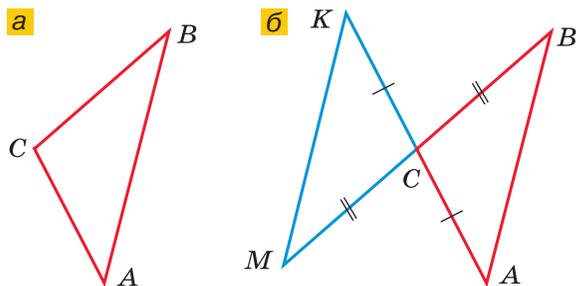


Рис. 3.22

На фотографии (см. рис. 3.19) изображён Казанский собор, который симметричен относительно плоскости, проходящей через ось симметрии изображения. Отражение в воде — пример зеркальной горизонтальной симметрии в природе (рис. 3.20).

Отметим на плоскости точку O и проведём через неё произвольную прямую a . На прямой отметим точки A и B так, чтобы $OA = OB$ (рис. 3.21).

Точки A и B называют **симметричными** относительно точки O , а точку O называют **центром симметрии** этих точек.



Рис. 3.23

Задача 2. Для треугольника ABC построить центрально-симметричную ему фигуру, приняв за центр симметрии точку C (рис. 3.22, а).

Решение. На луче AC отложим отрезок CK , равный отрезку AC (рис. 3.22, б). Точка K симметрична точке A относительно центра симметрии C .

Аналогично строим точку M , симметричную точке B . Точки K и M соединим отрезком. Треугольник KMC симметричен треугольнику ABC относительно точки C .

Изображение зонта (рис. 3.23) — фигура центрально-симметричная: детали конструкции зонта и рисунки на нём расположены центрально-симметрично относительно наконечника.

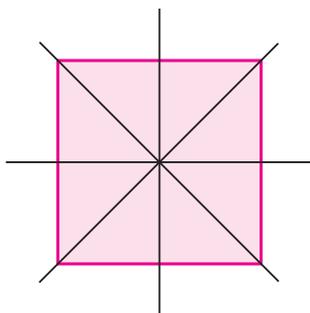


Рис. 3.24

Центрально-симметричные фигуры можно совместить, повернув одну из них на угол 180° вокруг центра симметрии (проверьте на моделях!). **Центрально-симметричные фигуры равны.**

Некоторые фигуры имеют несколько осей симметрии и центр симметрии. Например, у квадрата четыре оси симметрии (рис. 3.24) — четыре прямые, каждая из которых делит квадрат на две симметричные друг другу части. Точка пересечения осей симметрии является его центром симметрии. Окружность обладает симметрией относительно центра окружности и относительно диаметра (рис. 3.25).

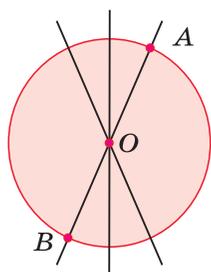


Рис. 3.25

Слово «симметрия» происходит от греческого слова «со-размерность». Фигуры, имеющие ось или центр симметрии, часто встречаются в природе, архитектуре, технике, среди окружающих вещей. Они представляются нам более краси-

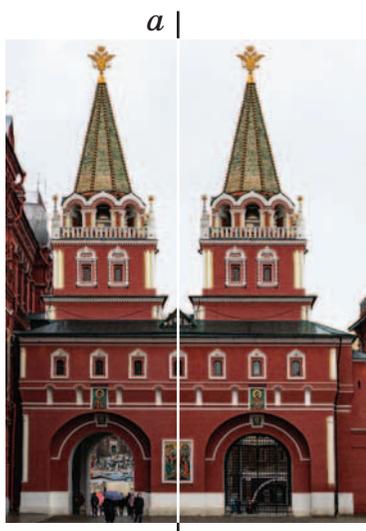
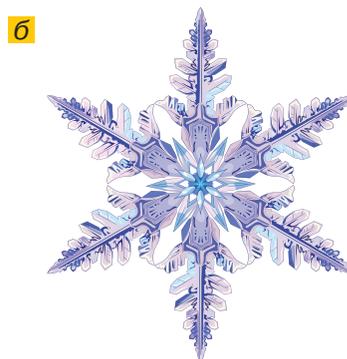
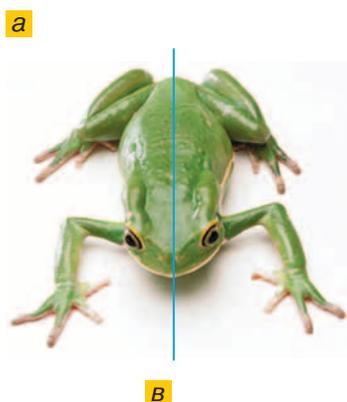


Рис. 3.26



СЕНО ТОПОТ

Рис. 3.27

вами, привлекательными. На фотографии Воскресенских ворот (эти ворота — вход на Красную площадь Москвы) проведена прямая a — ось симметрии изображения (рис. 3.26).

На изображении лягушки (рис. 3.27, а) показана ось симметрии её тела. Несколько осей симметрии и центр симметрии есть у снежинки (рис. 3.27, б). Ось симметрии есть и в записи некоторых русских слов (рис. 3.27, в).

- ?** Какие точки называют симметричными относительно прямой? Как называют эту прямую?
- Какие точки называют симметричными относительно данной точки? Какую точку называют центром симметрии фигуры?
- Равны ли симметричные фигуры при осевой симметрии; при центральной симметрии?
- Приведите примеры изображений из окружающего мира, обладающих осевой, центральной или зеркальной симметриями.

К

3.128

а) Рассмотрите рисунок 3.28, а. Как проверить, что фигуры M и N на рисунке симметричны относительно данной прямой?

б) На рисунке 3.28, б изображены две окружности. Какая прямая служит их общей осью симметрии?

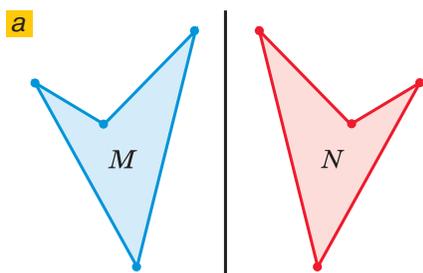


Рис. 3.28

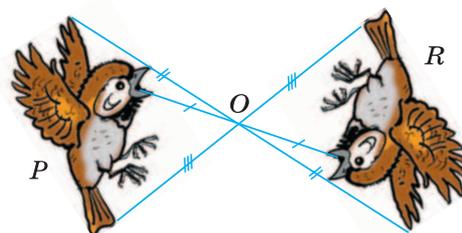
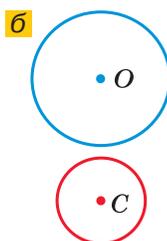


Рис. 3.29

3.129 Рассмотрите рисунок 3.29. Как проверить, что фигуры P и R на рисунке симметричны относительно точки O .

3.130 а) На рисунке 3.30, *a* изображены фигуры. Какие из них имеют одну ось симметрии, две оси симметрии, более двух осей симметрии, имеют центр симметрии?
 б) Сколько осей симметрии можно указать на фотографии морской звезды (рис. 3.30, б)? Есть ли у неё центр симметрии?

3.131 Начертите в тетради четырёхугольник, изображённый на рисунке 3.31. Постройте фигуру, симметричную данной относительно оси m .

3.132 Начертите ломаную из трёх звеньев. Постройте симметричную ей фигуру относительно прямой, проходящей через среднее звено этой ломаной.

3.133 Симметричен ли на фотографии фасад здания Государственной Третьяковской галереи в Москве (рис. 3.32)? Если да, то как расположена ось симметрии фасада?

3.134 Убедитесь, используя линейку, что точка A , лежащая на оси симметрии m , одинаково удалена от симметричных относительно прямой m точек M и N (рис. 3.33).

3.135 а) Начертите окружность с центром P и прямую k , не пересекающую эту окружность. Постройте окружность с центром O , симметричную этой окружности относительно оси k .
 б) Постройте фигуру симметричную относительно точки C для четырёхугольника $ABCD$ на рисунке 3.31.

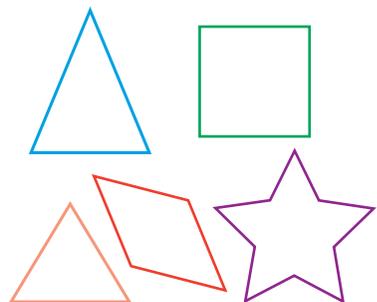
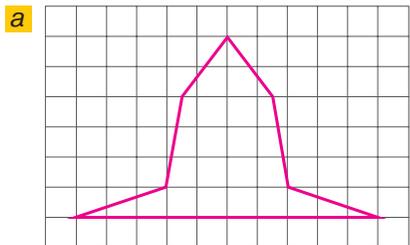


Рис. 3.30

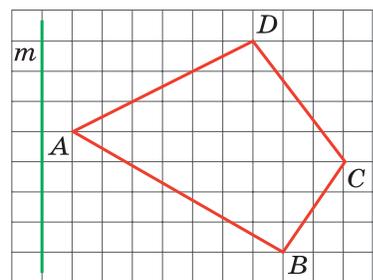


Рис. 3.31



Рис. 3.32

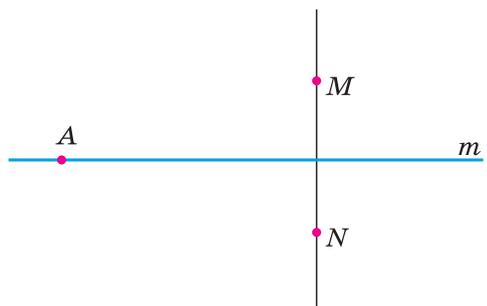


Рис. 3.33

Р 3.136 Могут ли пересекаться:

- а) два отрезка, симметричные относительно прямой;
 б) два центрально-симметричных отрезка?

Ответы проиллюстрируйте рисунком.

Р 3.137 На рисунке 3.34 изображена шахматная доска. Есть ли у поля шахматной доски оси симметрии; центр симметрии?

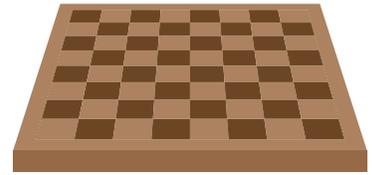


Рис. 3.34

Р 3.138 Построили фигуру, симметричную циферблату часов (рис. 3.35) относительно:

- а) центра циферблата;
 б) некоторой точки, находящейся на окружности циферблата.

Окажется ли симметричный циферблат таким же, как исходный? Подумайте, каково будет направление движения стрелок на симметричных часах в каждом случае.

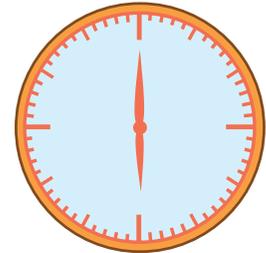


Рис. 3.35



3.139 Вычислите.

а) $800 : 16$ $\cdot 7$ $- 80$ $: 30$ $\cdot 15$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $?$	б) $309 + 541$ $- 220$ $: 70$ $\cdot 14$ $: 12$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $?$	в) $5 - 3,4$ $\cdot 4$ $+ 2,7$ $: 13$ $\cdot 0,03$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $?$	г) $2,4 + 3,6$ $: 1,5$ $\cdot 0,125$ $+ 4$ $: 0,03$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $?$	д) $7,5 : 25$ $\cdot 1,6$ $+ 0,12$ $: 0,15$ $- 0,1$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $?$
---	--	---	--	--

3.140 Поставьте знак действия вместо знака вопроса, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{3}{5} ? \frac{1}{6} = \frac{23}{30}$; в) $\frac{9}{10} ? 1\frac{19}{45} = 1,28$; д) $3\frac{7}{9} ? 2\frac{35}{81} = 1\frac{28}{81}$;
 б) $\frac{17}{36} ? \frac{4}{9} = \frac{17}{81}$; г) $2\frac{2}{5} ? 1\frac{3}{5} = 3\frac{21}{25}$; е) $1\frac{8}{9} ? \frac{1}{6} = 11\frac{1}{3}$.

Р 3.141 Некоторое число прибавили к числителю и вычли из знаменателя дроби $\frac{31}{41}$. Найдите это число, если после сокращения получили дробь $\frac{4}{5}$.

3.142 Масштаб карты 10 : 1 000 000. Заполните таблицу.



Длина отрезка на карте		3 см			12 мм
Расстояние на местности	10 км		45 км	1,5 км	

3.143 На карте капитана длина маршрута корабля равна 18 см. Найдите масштаб карты, если корабль прошёл 720 км.



- 3.144** 1) Изображение цветка алиссума на фото увеличено в 15 раз. В каком масштабе дано изображение на фото?
 2) Изображение детали на чертеже уменьшено в 25 раз. В каком масштабе выполнен чертёж?



3.145 Решите задачу, составив пропорцию:

1) В 3,6 кг риса содержится 2,7 кг крахмала. Сколько крахмала содержится в 2,2 кг риса?

2) В 4,5 т сахарной свёклы содержится 2,9 т сахара. Сколько сахара содержится в 11,7 т сахарной свёклы?



3.146 Вычислите:

1) $2\frac{1}{4} \cdot 2^3$; 3) $4,42 + (2,5)^3$; 5) $3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^2$;

2) $3\frac{1}{5} : 2^4$; 4) $30 - (3,6)^2$; 6) $\left(3\frac{3}{4}\right)^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^3$.

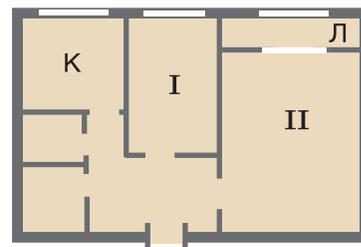


Рис. 3.36

3.147 Определите по плану (рис. 3.36) размеры двухкомнатной квартиры. Найдите размеры кухни (К), лоджии (Л) и каждой комнаты (I и II), если масштаб плана 1 : 200.



- 3.148** а) Какие из букв на рисунке 3.37 имеют вертикальную ось симметрии, какие имеют горизонтальную ось симметрии, какие имеют и вертикальную, и горизонтальную оси симметрии?
 б) Какие из нарисованных букв не имеют осей симметрии?
 в) Какие буквы имеют центр симметрии?

А Б В Г Д Е Ж З И К Л М Н О П Р С Т Ф Х

Рис. 3.37

3.149 Проведите на листе бумаги отрезок AB и разделите его пополам с помощью линейки. Проверьте правильность результата с помощью перегибания листа бумаги.

3.150 Изобразите рисунок 3.38 в тетради. Постройте фигуру, симметричную данной области относительно прямой m .

3.151 Начертите прямоугольник $ABCD$ и постройте с помощью линейки его оси симметрии.

3.152 Вырежьте какую-либо фигуру из сложенного вдвое листа бумаги. Разверните лист и рассмотрите фигуру, симметричную относительно линии сгиба.

3.153 Симметричны ли фигуры, изображённые на рисунке 3.39, относительно данной прямой?

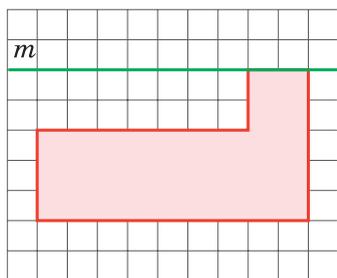


Рис. 3.38

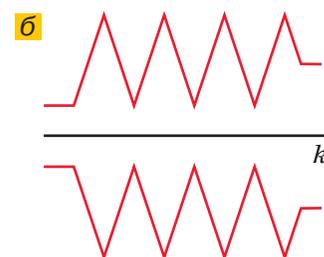
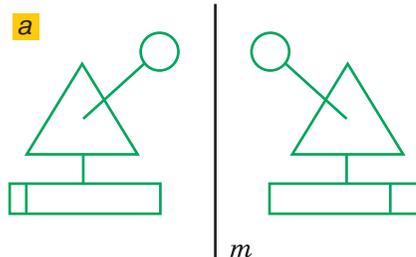


Рис. 3.39



Рис. 3.40



Рис. 3.41

- 3.154** Симметричны ли на фотографии крылья бабочки (рис. 3.40)? Если да, то как расположена ось симметрии?
- 3.155** Изображение какого цветка на фотографии (рис. 3.41) симметрично? Какой вид симметрии можно предполагать?
- 3.156** Изобразите рисунок 3.42 в тетради. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC : а) относительно прямой n ; б) относительно вершины A .
- 3.157** Начертите треугольник MNT . Постройте треугольник, симметричный треугольнику MNT : а) относительно прямой MN ; б) относительно вершины N .
- 3.158** Рассмотрите изображение мечети в городе Грозном (рис. 3.43). Симметрично ли оно? Если да, то как расположена ось симметрии этого изображения?

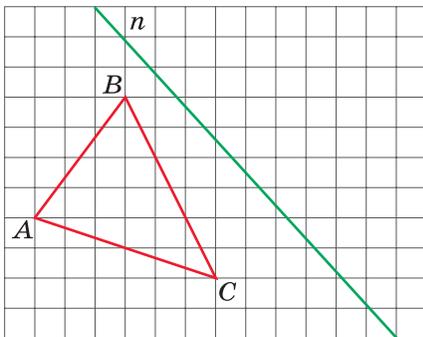


Рис. 3.42



Рис. 3.43

- 3.159** За 4 ч из трубы наполнилось $\frac{3}{14}$ бассейна. За какое время из этой трубы наполнится $\frac{14}{15}$ бассейна?
- 3.160** Отношение высот вулканов Пичинча и Котопахи равно $47 : 59$, а Оризаба и Котопахи — $56\frac{2}{5} : 59$. Найдите высоту каждого вулкана, если Пичинча ниже Котопахи на 1200 м. Ответы округлите до десятков метров.
- 3.161** Решите уравнение:
- а) $3\frac{2}{3} : a = 4\frac{8}{9} : 1\frac{5}{7}$; в) $8\frac{1}{4} : c = 13\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3}$;
- б) $1\frac{7}{8} : 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{4} : b$; г) $5\frac{2}{3} : 2\frac{5}{6} = 2\frac{1}{7} : d$.

23. Длина окружности и площадь круга. Шар

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- длина окружности
- площадь круга
- шар, сфера, центр, радиус и диаметр шара

Поставим стакан на лист бумаги и обведём его дно карандашом. Возьмём бумажную ленту и обогнём ею стакан один раз (рис. 3.44, а). Затем распрямим её, тогда длина бумажной ленты будет приблизительно равна длине нарисованной окружности (рис. 3.44, б).

С древних времён было установлено, что *длина окружности прямо пропорциональна длине её диаметра*. Для всех окружностей отношение длины окружности к длине её диаметра является одним и тем же числом. Это число обозначают греческой буквой π (читается: «пи»).

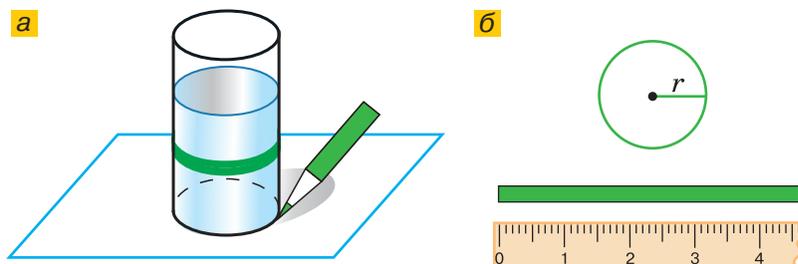


Рис. 3.44

Обозначим длину окружности буквой C , а её диаметр буквой d , тогда $C : d = \pi$. Значит,

$$C = \pi d.$$

Диаметр окружности равен двум радиусам: $d = 2r$, поэтому

$$C = 2\pi r.$$

С точностью до миллионных $\pi \approx 3,141593$, при округлении до сотых значение π равно 3,14.

На рисунке 3.45, а изображён круг, радиус которого равен r , разрезанный на равные секторы.

Составим из них фигуру, показанную на рисунке 3.45, б. На нём один из секторов разрезан пополам. Эта фигура похожа на прямоугольник. Если разрезать круг на более мелкие секторы, то фигура будет ещё больше походить на прямоугольник.

У этого прямоугольника одна сторона равна радиусу, а другая состоит из дуг половины секторов, т. е. половины длины окружности. Поэтому она равна πr .

Найдём площадь этого прямоугольника: $r \cdot \pi r = \pi r^2$.

Площадь круга S вычисляется по формуле:

$$S = \pi r^2.$$

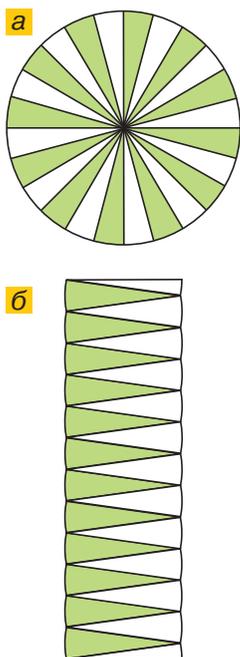


Рис. 3.45



Рис. 3.46

Футбольный мяч и арбуз (рис. 3.46), а также колобок, апельсин, ягоды красной смородины, глобус дают нам представление о **шаре**.

Поверхность шара называют **сферой**. Все точки сферы одинаково удалены от **центра шара**. Отрезок, соединяющий центр шара с точкой сферы, называют **радиусом шара (сферы)**.

Отрезок, проходящий через центр шара и соединяющий две точки сферы (рис. 3.47), называют **диаметром шара (сферы)**. Диаметр шара, сферы равен двум радиусам.

Любое сечение шара плоскостью является кругом (рис. 3.48).

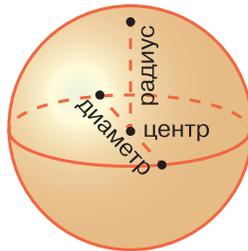


Рис. 3.47

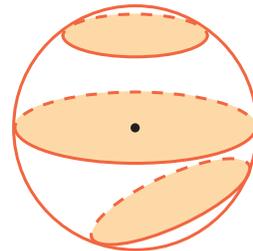


Рис. 3.48

- ?** По каким формулам находят длину окружности?
 Пропорциональна ли длина окружности её радиусу?
 Чему равно округление числа π до сотых?
 По какой формуле находят площадь круга?
 Пропорциональна ли площадь круга его радиусу?
 Что называется радиусом шара; диаметром шара?
 Что такое сфера?
 Каким свойством обладают все точки сферы по отношению к её центру?
 Какие фигуры получаются в сечении шара плоскостью?

К

- 3.162** Найдите длину окружности, если её диаметр равен 21 см; 3,5 см; 10,5 дм. Число π считайте равным $3\frac{1}{7}$.



Формулы длины окружности и площади круга читаются так:

$C = \pi d$ — «цэ равно пи дэ»;

$C = 2\pi r$ — «цэ равно двум пи эр»;

$S = \pi r^2$ — «эс равно пи эр квадрат».

Выражение $\pi \approx 3,14$ читают так:

«Пи приближённо равно трём целым четырнадцать сотым».

- 3.163** Диаметр колеса детского велосипеда равен 30 см. Найдите длину окружности этого колеса. Число π округлите до десятых.
- 3.164** Найдите длину окружности, диаметр которой равен: 32 дм; 5,6 см; 30,5 мм. Число π округлите до сотых.
- 3.165** Чему равна длина C окружности, радиус которой равен: 1,68 см; 4,76 дм? Число π считайте равным $\frac{22}{7}$.

3.166 Найдите диаметры окружностей, если их длины равны 59,66 м и 40,82 дм. Принять $\pi = 3,14$.



3.167 Велосипедист проехал 439,6 м, при этом переднее колесо велосипеда сделало 200 оборотов. Найдите диаметр колеса. Результат округлите до сотых метра. Принять $\pi = 3,14$.



3.168 а) На рисунке 3.49 изображена половина окружности. Сделайте необходимые измерения и найдите длину полуокружности.

б) Измерьте радиус каждой окружности и вычислите площадь кольца (рис. 3.50).

3.169 Диаметр увеличили на 4 дм. На сколько увеличилась длина окружности?



3.170 В Древнем Риме цирк был местом проведения конных скачек и соревнований колесниц. Круп лошади, бегущей по манежу, должен быть под одним и тем же углом по отношению к центру манежа. Это было возможно при длине окружности 40,8 м. Поэтому такой размер манежа принят во всём мире. Найдите диаметр и площадь арены. Принять $\pi = 3$.



Рис. 3.49

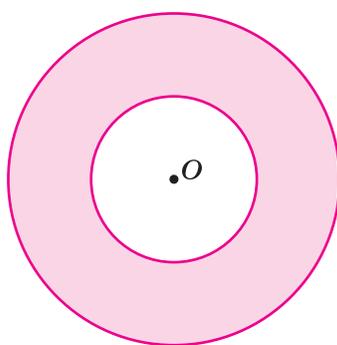


Рис. 3.50



Рис. 3.51

3.171 а) Площадь циферблата кремлёвских курантов приблизительно равна 29,21 м² (рис. 3.51). Найдите радиус циферблата.

б) Длина минутной стрелки от центра курантов равна 2,54 м. Какой путь проходит конец минутной стрелки курантов за час? Ответы округлите до сотых долей метра.



3.172 Сделайте необходимые измерения и вычислите площади закрашенных фигур, изображённых на рисунке 3.52.

3.173 На сколько площадь пятиугольника $KADLM$ (рис. 3.53) меньше площади четверти круга, радиус MK которого равен 5 см?

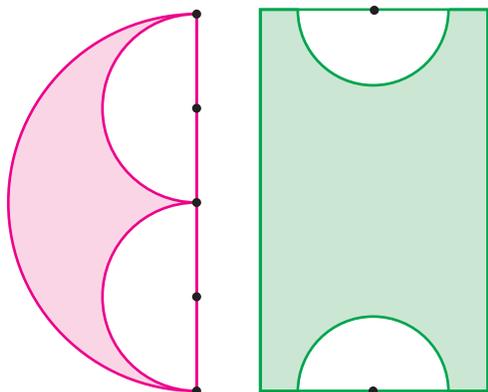


Рис. 3.52

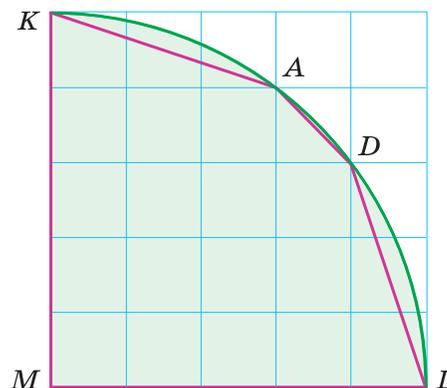


Рис. 3.53

3.174 В круглой беседке диаметром 4 м необходимо покрасить пол. Сколько краски потребуется, если на 1 м^2 расходуется 0,16 кг краски?

3.175 Самый большой в мире вращающийся глобус «Эрта» расположен в городе Ярмут, США. Огромный земной шар диаметром 12,5 м весит 2,5 т. В каком масштабе этот глобус изображает Землю? Чему равна длина экватора и меридианов на этом глобусе? Длину экватора Земли найдите в Интернете и округлите до тысяч километров.



3.176 Полярная крачка на зимовье перелетает из Арктики в Антарктиду. Какое расстояние она преодолевает, если полярный диаметр Земли равен 12 714 км?



3.177 Диаметр Луны приближённо равен 3,5 тыс. км, что составляет 0,275 диаметра Земли, а диаметр планеты Уран в 4 раза больше земного. Найдите диаметры Земли и Урана.



3.178 Вычислите.

а) $370 + 230$	б) $720 : 18$	в) $7,2 : 2,4$	г) $6 - 4,5$	д) $8 \cdot 1,2$
$\begin{array}{r} : 50 \\ \cdot 30 \\ + 340 \\ + 14 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} + 280 \\ : 16 \\ \cdot 50 \\ : 125 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} - 0,6 \\ : 0,12 \\ \cdot 0,125 \\ + 7,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \cdot 0,4 \\ : 0,12 \\ \cdot 7 \\ + 0,8 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0,4 \\ \cdot 0,01 \\ : 0,5 \\ : 0,1 \\ \hline ? \end{array}$

3.179 На плане изображён прямоугольный бассейн. Определите длину бассейна и его площадь, если на плане ширина бассейна 6 см, а длина вдвое больше. Масштаб плана 1 : 100.



3.180 Заполните таблицу, если известно, что $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

a	1	2	2,4	$1\frac{1}{2}$		$3x$	$5,2a$	$3\frac{2}{5}$	
b	3		4,8	$2\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$	$2x$		1,5	
c		3,5	1		$2\frac{1}{3}$		2,1		$2\frac{3}{4}$
d	15	10,5		5,2	2,8	0,7	0,6		$3\frac{2}{3}$

3.181 Вместо звёздочек расставьте цифры от 1 до 9 так, чтобы выполнялось равенство.

$$** \cdot * = **** = * \cdot **$$

3.182 В библиотеке устарело 2312 книг, что составляет 17% библиотечного фонда. Сколько книг было в библиотеке?



3.183 1) В классе 30 человек. Из них английский язык изучают в $2\frac{1}{3}$ раза больше учащихся, чем французский. Сколько человек изучают английский язык и сколько — французский?

2) В секции дзюдо занимаются 44 человека. Из них девочек в $2\frac{2}{3}$ раза меньше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков занимаются в секции?



3.184 Найдите значение выражения:

1) $\frac{5}{14}t + \frac{9}{35}t - \frac{2}{7}t$ при $t = 1\frac{7}{23}$; 2) $\frac{7}{12}z - \frac{5}{18}z + \frac{13}{60}z$ при $z = 3\frac{9}{47}$.

Д

- 3.185 Вычислите длину окружности, если её радиус равен: 24 см; 0,31 дм; 147 км. Принять $\pi = 3,14$.
- 3.186 Радиус окружности увеличили на 2 см. На сколько увеличится длина окружности?
- 3.187 За 2,5 мин колесо тепловоза сделало 750 оборотов. Найдите скорость тепловоза, если диаметр его колеса равен 120 см. Округлите ответ до десятых.
- 3.188 Выполните измерения и вычислите площадь каждой закрашенной фигуры (рис. 3.54).
- 3.189 Длина экватора Сатурна приближённо равна 378,7 тыс. км. Чему равен радиус Сатурна? (Результат округлите до сотен километров.)
- 3.190 Экваториальный радиус Земли R приближённо равен 6400 км, а радиус r окружности параллели на широте 60° — 3200 км. На сколько длина окружности экватора больше длины окружности шестидесятой параллели (рис. 3.55)?
- 3.191 Найдите площадь $\frac{3}{8}$ круга, радиус которого равен 12 см.
- 3.192 Для перевозки зерна по суше используют вагоны-зерновозы и автозерновозы. Автозерновоз вмещает в 3,54 раза меньше зерна, чем вагон-зерновоз. Сколько тонн зерна вмещают автозерновоз и вагон-зерновоз, если в вагоне-зерновозе на 50,8 т зерна больше?
- 3.193 Выполните действия:
- а) $\left(4,8 : 6 + 2\frac{2}{5} : 1,6\right) \cdot 5,6$;
- б) $(426,3 : 0,21 - 10) \cdot 0,4 - (41,7 \cdot 1,71 + 48,693)$.

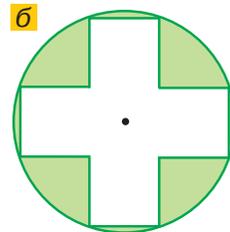
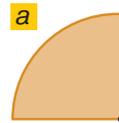


Рис. 3.54

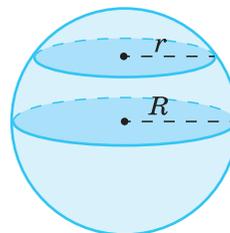


Рис. 3.55

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Выполните следующие задания, округлив число π до целых.

- 1 Найдите радиус окружности, если её диаметр равен 15 мм.
- 2 Найдите диаметр окружности, если её радиус равен 12,2 дм.
- 3 Найдите длину окружности, если её диаметр равен 6,5 см.
- 4 Найдите радиус окружности, если её длина равна 159 м.
- 5 Найдите диаметр окружности, если её длина равна 258 дм.
- 6 Найдите площадь круга, если его радиус равен 7 см.
- 7 Найдите площадь круга, если его диаметр равен 5 м.

Проверочная работа № 2

К Новому году ребята решили сделать открытку со снеговиком. Для этого необходимо вырезать из картона 3 круглые заготовки, у которых радиусы равны: 5 см, 3 см и 1,5 см. Каждую заготовку нужно покрыть художественным глиттером (блёстками) и обклеить по контуру блестящим шнуром.

- 1 Для расчёта материалов определите длину окружности и площадь каждой заготовки и заполните таблицу. Принять $\pi = 3,14$.

Заготовка	Радиус r , см	Длина окружности C , см	Площадь круга S , см ²
I круг	5		
II круг			
III круг			

- 2 Сколько сантиметров шнура понадобится для открытки?
- 3 Рассчитайте, сколько потребуется баночек с глиттером, если одной баночки хватает на 20 см^2 поверхности.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. Чечевица содержит 18 % белка, куриное мясо — 21 %. Сколько чечевицы нужно съесть, чтобы в ней содержалось столько же белка, сколько в 150 г куриного мяса?
2. Какой может быть наибольший радиус круглой пиццы, приготовленной на противне размером 465×375 мм? Найдите площадь этой пиццы, приняв $\pi = 3,14$. На сколько увеличится площадь пиццы, если её сделать прямоугольной? Ответ округлите до сотых.
3. На рисунке 3.56 изображена схема разметки хоккейной площадки.
- а) Внутри центрального круга находится центральная (синяя) точка вбрасывания диаметром 30 см, а в нейтральной зоне находятся точки вбрасывания (красные), диаметр которых в 2 раза больше диаметра центральной точки. Во сколько раз площадь красной точки вбрасывания больше площади синей точки?



Рис. 3.56

- б) Центральный круг имеет диаметр 9 м, а радиус полукруга судейской зоны составляет $\frac{2}{3}$ радиуса центрального круга. Найдите площадь полукруга судейской зоны. Какую часть площади центрального круга она занимает?
- в) Является ли симметричным изображение хоккейной площадки?

4. Предположим, что каждый из учащихся вашего класса обошёл земной шар по экватору. Измерьте свой рост и рассчитайте, на сколько макушка «прошла» более длинный путь, чем пятка. Радиус Земли считать равным 6400 км, $\pi = 3,14$.
5. Радиус круглой площадки, предохраняемой громоотводом, прямо пропорционален высоте громоотвода с коэффициентом 2. Какую площадь может защитить громоотвод высотой: а) 10 м; б) 15 м; в) 20 м?
6. В таблице указаны диаметры колёс велосипедов, на которых катаются Игорь, Лена и Оля.
- 1) Заполните таблицу, приняв π , равным $22/7$.

Имя	Диаметр колеса, см	Пройденное расстояние, см					
		1 оборот	2 оборота	3 оборота	4 оборота	5 оборотов	6 оборотов
Игорь	42						
Лена	49						
Оля	63						

2) Определите:

- а) кто из детей проедет дальше и на сколько, если колёса их велосипедов сделали четыре полных оборота;
- б) сколько полных оборотов должны сделать колёса велосипеда Оли, чтобы проехать 990 см.
- 3) Лена может ездить на трёх скоростях, которые устанавливаются с помощью нижней, средней и верхней передач. У её велосипеда следующие передаточные соотношения: нижнее — 3:1, среднее — 6:5 и верхнее — 1:2. Сколько раз Лене надо повернуть педали, чтобы проехать 600 м на средней передаче?

Примечание. Передаточное соотношение 3:1 означает, что при трёх полных поворотах педалей колесо велосипеда делает один полный оборот.

7. При передаче (рис. 3.57) ведущий шкив диаметром 20 см сделал 40 оборотов. Сколько оборотов сделает ведомый шкив радиус которого равен: а) 2 см; б) 3 см? Найдите передаточное соотношение в каждом случае.
8. Коля, Лёша и Оля собирали смородину и получили за работу 16 кг ягод. Сколько килограммов ягод должен получить каждый, если Коля собрал 24 кг, Лёша — 16 кг и Оля — 40 кг?

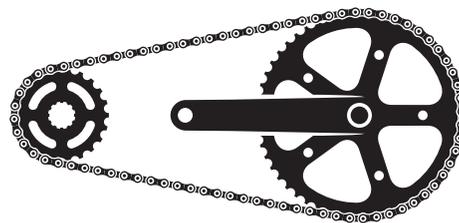


Рис. 3.57

плотность

Отношение массы вещества к его объёму называют плотностью вещества. Если плотность тела меньше плотности жидкости, то это тело будет плавать в жидкости.

9. Какие из брусков размером $50 \times 40 \times 50$ см будут плавать в воде (плотность 1000 кг/м^3), а какие в бензине (плотность 710 кг/м^3), если они сделаны из: а) алюминия (масса 270 кг); б) меди (масса 890 кг); в) гранита (масса 260 кг); г) льда (масса 90 кг); д) сосны (масса 40 кг); е) пробки (масса 24 кг)?

10. При поднятии воды из колодца вал делает 14 оборотов. Какой длины нужно купить цепь для ведра, если диаметр d вала 25 см?
11. Какого диаметра надо купить круглый стол, чтобы за ним смогли завтракать 5 человек и на каждого сидящего приходилось не менее 60 см по краю стола?
12. Два спортсмена должны пробежать один круг по соседним дорожкам стадиона, форма которого — прямоугольник с двумя примыкающими полукругами, у которых диаметр равен 40 м. Ширина дорожек 2 м. Какое расстояние должно быть между ними на старте, чтобы компенсировать разность длин дорожек, по которым они бегут?
13. Три предпринимателя проинвестировали создание нового мультфильма. Первый вложил 600 000 р., второй — 900 000 р., а третий — 1 500 000 р. За год проката мультфильма они получили прибыль 2 340 000 р. Сколько денег получит каждый из предпринимателей при условии распределения прибыли пропорционально их инвестициям?
14. *Задача А. П. Киселёва.* На пять одинаковых керосинок, горевших 24 дня по 6 ч ежедневно, израсходовано 120 л керосина. На сколько дней хватит 216 л керосина, если девять таких же керосинок будут гореть по 8 ч в день?

ОТВЕТЫ

§ 1. Вычисления и измерения

1.23. а) 0,4; б) 6,5; в) 7,1; г) 4,2. 1.28. 1) 114,03; 2) 2,21. 1.31. 36,1 ц/га; 37,8 ц/га; 35,45 ц/га и 36,45 ц/га. 1.33. 0,5. 1.34. 3,5 и 6,3. 1.35. 3,75 и 6,25. 1.37. 5 кг, 200 порций. 1.38. 313 тыс. баррелей. 1.39. а) 70,2; 7,8; 1300; б) 1,28; 3,752; в) 0,12; 1,506. 1.40. а) 37,385; б) 344,708. 1.72. а) 10,1328; б) 94,5098; в) 748; г) 10. 1.73. 3 км/ч. 1.76. 1) 2; 2) 2. 1.77. 1) 1,5; 2,4 и 4,8; 2) 4,32; 2 и 1,6. 1.78. а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{9}{14}$; в) 8. 1.79. а) 50; б) $72\frac{1}{40}$. 1.84. 55 тыс. р. 1.95. 500 пионов. 1.96. а) 5; б) 13. 1.107. а) $4\frac{11}{39}$; б) 6,3. 1.131. 44,1 кг. 1.132. 1966,82 т и 123 т. 1.152. 0,5 кг. 1.153. а) $\frac{15}{16}$; б) $4\frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{7}$; г) $1\frac{3}{7}$; д) $\frac{1}{2}$; е) $\frac{1}{3}$. 1.161. 32°; 64°; 84°. 1.162. а) $1\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{5}$. 1.163. а) 39,6; б) 36,11. 1.178. 1) 1011; 2) 279 911. 1.179. а) 23 356; 61 481; б) 1065; 21 939. 1.181. 44 см. 1.182. а) 3092; б) 3536. 1.186. 13 лет. 1.195. 3 человека. 1.196. а) 165; б) 275 763. 1.197. 6 и 12 карандашей. 1.198. а) 27,916; б) 0,64.

§ 2. Действия со смешанными числами

2.43. 1) 69,35 км и 87,15 км; 2) 59,35 км и 83,05 км. 2.44. 1) 3,15; 2) 0,18; 3) 10,2; 4) 11,7. 2.50. 7 см, 11 см, 13 см. 2.51. 460 петушков и 690 курочек. 2.54. 7,2 м². 2.56. а) 0,154; б) 11. 2.80. 1) 30°, 150°; 2) 135°, 45°. 2.81. 1) 160 бутылок; 2) 2000 ящиков. 2.90. 300, 180 и 60 студентов. 2.91. 405 см². 2.94. а) 92,03; б) 313,64. 2.117. 1) 16,1 т; 2) 20,9 км. 2.121. 9 ц, 45 ц и 24 ц. 2.122. 18,9 т; 124,34 т; 417,29 т. 2.123. а) 12,1; б) 1,43; в) 32,43; г) 105,94. 2.127. а) 130; б) 71,75. 2.138. На 62%. 2.142. 1) 9,7; 2) 4,2. 2.146. 13,5 км/ч и 15,5 км/ч. 2.147. а) 140; б) 4. 2.182. $\frac{47}{63}$ заказа. 2.189. 1) Через 0,3 ч; 2) через 0,2 ч. 2.190. 1) 1 км/мин; 2) 42 км/ч. 2.191. 1) 101,05; 2) 181,99. 2.197. $1\frac{1}{15}$ ч. 2.198. 1,66 кг. 2.199. а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{7}{72}$; г) $\frac{19}{35}$. 2.200. а) 0,66; б) $\frac{26}{45}$. 2.201. Через 20 мин. 2.202. а) 2,646; б) 2,5; в) 143,85; г) 213 800. 2.237. На 78,4%. 2.242. 3,358. 2.245. 1) 104 513; 2) 183 709. 2.248. а) $\frac{11}{24}$; б) 0; в) $\frac{2}{3}$. 2.249. а) $1\frac{5}{8}$; б) $5\frac{3}{4}$; в) $\frac{37}{60}$; г) 6. 2.250. $\frac{1}{12}$. 2.252. $17\frac{1}{10}$ м/с. 2.253. $9\frac{1}{10}$ м и $16\frac{53}{70}$ м. 2.254. а) 1,7; б) 7,4. 2.255. 10 кг; 1 кг. 2.256. 4 км/ч. 2.257. а) 2,25; б) 15,01. 2.258. а) 10; б) 1,1; в) 1,2; г) 0,7. 2.283. 513 км. 2.284. 3,36 м. 2.299. 1) $\frac{5}{24}$; 2) $\frac{8}{45}$. 2.306. 1,67 кг. 2.308. 44 640 р. 2.309. а) $\frac{1}{24}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $1\frac{1}{2}$. 2.310. а) 36; б) $\frac{23}{33}$; в) $2\frac{13}{21}$. 2.313. 5,6 км; 3,5 км; 0 км. 2.314. а) 0,7; б) 4; в) 6. 2.315. 2,917. 2.336. 17,4%, 58% и 11,6%. 2.344. а) $4\frac{1}{2}$; б) $3\frac{3}{5}$. 2.348. 98 м. 2.349. 5 см. 2.350. 1) 17,5; 2) 4,6. 2.351. 1) 185,85; 2) 268,92; 3) 324,4; 4) 602,51. 2.352. На 22 р. 2.353. 804 г. 2.354. 94°. 2.358. 126 га. 2.359. 100 человек.

- 2.360. $\frac{5}{21}$; 115 тюльпанов. 2.361. 16 %. 2.363. а) 25,64; б) 3,3; в) 187; г) 0,4.
- 2.394. 1000 кг. 2.395. а) $\frac{11}{20}$; б) $1\frac{1}{16}$; в) $50\frac{1}{10}$; г) $11\frac{2}{7}$; д) $\frac{27}{125}$; е) $\frac{49}{64}$.
- 2.396. 1) 47,94; 2) 1,68. 2.398. а) $6\frac{2}{3}$; б) 27; в) 75; г) 43; д) $10\frac{4}{11}$; е) $\frac{1}{2}$.
- 2.400. 505 км. 2.402. 35 мин. 2.403. 0,04 кг. 2.404. $\frac{61}{70}$ с; $30\frac{1}{2}$ га; $36\frac{3}{5}$ га.
- 2.406. а) 30,7; б) 8,94. 2.439. 180 км/ч и 32 км/ч. 2.448. 1) 34,55; 2) 51,78.
- 2.457. 1) 3; 2) 3; 3) 0,8; 4) 0,8. 2.460. 8; 12,8; 16,8; 14,4; 21,5. 2.462. а) 15; б) 6; в) $3\frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{12}$. 2.463. а) $\frac{48}{55}$; б) 3; в) $\frac{3}{8}$; г) 20; д) 3; е) 3. 2.464. а) 13; б) 2.
- 2.469. 60 км/ч и 75 км/ч. 2.470. 3,6 км/ч и 4,2 км/ч. 2.471. а) 0,224; б) 83,244; в) 0,31; г) 10; д) 2064,8. 2.480. 46,5 км. 2.483. 12 кг. 2.494. 1) $\frac{5}{7}$;
- 2) $9\frac{3}{8}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{2}{9}$. 2.495. 1) 6,525; 2) 2,537. 2.496. 1500 м. 2.499. 400 тыс. м².
- 2.501. 2000 м. 2.502. 60 кг. 2.504. 400 т. 2.505. 72 человека. 2.506. а) 0,7178; б) 5; в) 116,07; г) 399,3. 2.531. 8,1 сотки. 2.532. 100 страниц. 2.534. а) 2,6; б) 5,6; в) 12; г) 8,8. 2.535. 66 очков. 2.537. 16,4 кг. 2.538. 160 страниц. 2.539. а) 11; б) 3; в) $\frac{5}{8}$; г) 16.

§ 3. Отношения и пропорции

- 3.27. 4 т. 3.28. 78,75 м². 3.29. 1) 2,7 см³; 2) 1300,5 см³. 3.35. На $16\frac{4}{31}$ %.
- 3.36. а) $61\frac{69}{71}$ %; б) $60\frac{20}{73}$ %. 3.38. а) $1\frac{1}{4}$; б) 2; в) $6\frac{2}{3}$. 3.58. а) $1\frac{3}{7}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $2\frac{1}{3}$;
- г) $4\frac{4}{17}$. 3.60. 83 м/мин. 3.61. $1\frac{4}{5}$. 3.62. а) 10; б) 20. 3.84. а) 5,5; б) 2; в) 1,2; г) 0,5. 3.89. а) 7; б) 30. 3.92. 1) 4; 2) 7. 3.93. 1,6 кг. 3.94. 15 мин. 3.95. 3,5 кг. 3.96. 1,5 кг. 3.98. 16,68 %. 3.99. 63 г. 3.100. а) 95,7; б) 99,3. 3.117. 5,5 га.
- 3.119. 1) 5,2 и 1,3; 2) 4,8 и 1,6. 3.120. 1) $\frac{11}{12}$; 2) $2\frac{2}{5}$. 3.126. 96 см. 3.127. а) 0,105; б) 3,85. 3.145. 1) 1,65 кг; 2) 7,54 т. 3.146. 1) 18; 2) $\frac{1}{5}$; 3) 20,045; 4) 17,04;
- 5) 48; 6) $7\frac{1}{5}$. 3.160. 4700 м, 5640 м, 5900 м. 3.161. а) $1\frac{2}{7}$; б) $4\frac{2}{3}$; в) $1\frac{2}{5}$; г) $1\frac{1}{14}$.
- 3.184. 1) $\frac{3}{7}$; 2) $1\frac{2}{3}$. 3.187. 67,8 км/ч. 3.192. 20 т и 70,8 т. 3.193. а) 12,88; б) 688.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абак 18

В

Взаимно обратные отношения 120

— — числа 99

— простые числа 51

Вычитание дробей 64

Вычитание смешанных чисел 73

Д

Деление смешанных чисел 99

Диаметр шара 150

Длина окружности 149

Дробное выражение 110

З

Зеркальная симметрия 142

Золотое сечение 140

К

Контрпример 45

Крайние члены пропорции 126

Круговая диаграмма 27

М

Масштаб 136

Множество 37

Н

Наибольший общий делитель 50

Наименьшее общее кратное 55

Наименьший общий знаменатель 60

Нахождение величин

по её процентам 20

Нахождение дроби от числа 87

— процентов от величины 20

— числа по его дроби 106

Нестрогое неравенство 104

О

Обратная пропорциональная
зависимость 130

Объединение множеств 38

Осевая симметрия 142

Основное свойство пропорции 126

Остроугольный треугольник 32

Ось симметрии 142

Отношение 119

П

Пересечение множеств 38

Пирамида 92

Площадь круга 149

Подмножество 38

Правильный многоугольник 63

Приведение дроби к наименьшему обще-
му знаменателю 61

Призма 114

Промилле 25

Пропорция 125

Процент 19

Прямая пропорциональная
зависимость 130

Прямоугольный треугольник 32

Пустое множество 37

Р

Равнобедренный треугольник 32

Равносторонний треугольник 32

Радиус шара 150

Развертка пирамиды 92

Разложение числа на множители 43

——— простые множители 44

Разносторонний треугольник 32

С

Сложение обыкновенных дробей 64

— смешанных чисел 71

Совершенные числа 59

Сравнение обыкновенных дробей 64

Среднее арифметическое 14

Средние члены пропорции 126

Средняя скорость 14

Строгое неравенство 104

Сфера 150

Счеты 18

Т

Тупоугольный треугольник 32

У

Умножение смешанных чисел 80

Ц

Центр симметрии 143

— шара 150

Центральная симметрия 143

Ч

Числа-близнецы 58

Ш

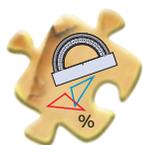
Шар 150

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
----------------	---

Глава I. Смешанные числа	13
---------------------------------------	-----------

§ 1. ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ	14
---	-----------



1. Среднее арифметическое	14
2. Проценты	19
3. Представление числовой информации в круговых диаграммах	27
4. Виды треугольников	32
5. Понятие множества	37
Применяем математику	42

§ 2. ДЕЙСТВИЯ СО СМЕШАННЫМИ ЧИСЛАМИ	43
--	-----------



6. Разложение числа на простые множители	43
7. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	50
8. Наименьшее общее кратное натуральных чисел	55
9. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	60
10. Сравнение, сложение и вычитание обыкновенных дробей	64
11. Действия сложения и вычитания смешанных чисел	71
12. Действие умножения смешанных чисел	80
13. Нахождение дроби от числа	87
14. Применение распределительного свойства умножения	93
15. Действие деления смешанных чисел	99
16. Нахождение числа по его дроби	106
17. Дробные выражения	110
Применяем математику	116

§ 3. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ	119
---	------------



18. Отношения	119
19. Пропорция	125
20. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	130
21. Масштаб	136
22. Симметрии	142
23. Длина окружности и площадь круга. Шар	149
Применяем математику	154

ОТВЕТЫ	157
---------------------	------------

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	159
-----------------------------------	------------

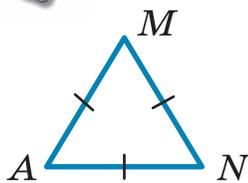


Таблица простых чисел (до 997)

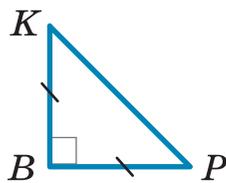
2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997



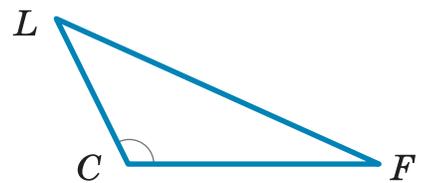
Треугольники



Остроугольный,
равносторонний



Прямоугольный,
равнобедренный

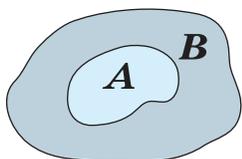


Тупоугольный,
разносторонний



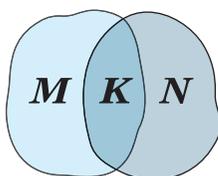
Множества

ПОДМНОЖЕСТВО

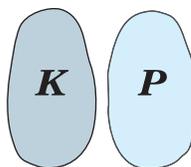


$$A \subset B$$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ
МНОЖЕСТВ

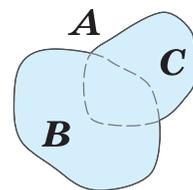


$$M \cap N = K$$



$$K \cap P = \emptyset$$

ОБЪЕДИНЕНИЕ
МНОЖЕСТВ



$$A = B \cup C$$



Действия с обыкновенными дробями

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$



Пропорция

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : b = c : d$$

$$a \cdot d = b \cdot c$$

a , d — крайние члены

b , c — средние члены



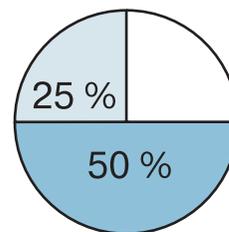
Проценты

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$50\% = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$25\% = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$100\% = 1$$



Круговая диаграмма